

Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht

Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien
im ersten Schuljahr

Forum Mathematik Didaktik
Universität Bamberg

9. Juni 2011

Dr. Michael Gaidoschik
Pädagogische Hochschule Wien

Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- Design & Methoden
- Einige qualitative Ergebnisse
- Diskussion & Ausblick
- Eventuell: Einige quantitative Ergebnisse

Vorbemerkung zum besseren Verständnis des Folgenden

Die wesentlichen Möglichkeiten zur Lösung von Plus- und Minusaufgaben:

Zählendes Rechnen

"[Alleszählen](#)":

"Weiterzählen"

"[Fingerteilzählen](#)" u.a.

Faktenabruf

auf Basis v. Automatisierung

[Ableitung](#)

„Faktennutzung“

(„fact using“ bei
Carpenter & Moser 1984)

Problemaufriss und Stand der Forschung

Die aktuelle deutschsprachige Fachdidaktik
hält weitgehend einheitlich fest:

☞ **Automatisierung** der additiven Grundaufgaben
zumindest im ZR 10 wichtiges *Ziel* schon der 1. Schulstufe

(vgl. etwa Lorenz & Radatz 1993, Gerster 1994, Radatz, Schipper,
Dröge & Ebeling 1996, Schipper 2005, Wittmann & Müller 2007,
Gerster 2009)

Problemaufriss und Stand der Forschung

Die internationale interdisziplinäre Forschung zu "Rechenschwäche"/ "Dyskalkulie"/ ... befindet ebenso einheitlich:

☞ **"Verfestigtes zählendes Rechnen"**
im Bereich der additiven Grundaufgaben ist ein
"Hauptmerkmal" mathematischer Lernstörungen.

(vgl. etwa Lorenz & Radatz 1993, Gerster 1994, Gerster & Schultz 2000, Lorenz 2003, Schipper 2003, Gaidoschik 2003, Geary 2004, Kaufmann & Wessolowski 2006, Schipper 2009)

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Aber:
Der Übergang von zählendem zu nicht-zählendem Rechnen ist im deutschsprachigen Raum kaum erforscht.

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Geary, Bow-Thomas, Liu und Siegler (1996): Vergleich China-USA, Querschnitt, qualitative Interviews, **Addieren im Zahlenraum 20**

	chinesische Kinder	US-amerikanische Kinder
Ende 1. Schuljahr	91 % Faktenabruf 6 % Ableitung 3 % zählend	28 % Faktenabruf 4 % Ableitung 68 % zählend

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Geary, Bow-Thomas, Liu und Siegler (1996): Vergleich China-USA, Querschnitt, qualitative Interviews, **Addieren im Zahlenraum 20**

	chinesische Kinder	US-amerikanische Kinder
Vierter Schulmonat	43 % Faktenabruf 36 % Ableitung 18 % zählend	20 % Faktenabruf 1 % Ableitung 78 % zählend

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Theorien zum Übergang zählendes \Rightarrow nichtzählendes Rechnen: Zwei Hauptströmungen der Theoriebildung:

Auswendiglernen von (Einzel-)Fakten,
Stimulus-Response-Lernen
(etwa Ashcraft, z.B. 1985,
schon Thorndike, 1922)

Siegler (zuletzt 2001):
wiederholt erfolgreiches
zählendes Rechnen \Rightarrow
Assoziation von Aufgabe
und Ergebnis im LZG

Ähnlich etwa auch
M. von Aster (2005)

**Automatisation verstandener
Prinzipien/Strategien**
(etwa Baroody, z.B. 1985,
2003, schon Brownell, 1929)

Gray & Tall (1994):
"proceptual divide", Ableiten
als Katalysator der Ablösung
vom zählenden Rechnen

Ähnlich etwa auch Gerster
(1994; 2009)

Forschungsfragen, qualitativ-explorativ:

- Rechenstrategien von *österreichischen* ErstklässlerInnen?
 - Welche Zählstrategien, wie häufig, bei welchen Aufgaben?
 - Faktenabruf: Bei welchen Aufgaben wie häufig, wie früh?

- Insbesondere auch:
Häufigkeit und Art von Ableitungsstrategien?

- Zusammenhänge mit Performanz in Zusatzaufgaben zum Verständnis operativer Zusammenhänge?

- Unterschiede zwischen den Kindern? "Strategie-Typen"?

- Auf Basis welchen Unterrichts?

Design & Methoden:

1) Längsschnittstudie

Erhebung der Lösungsstrategien zu ausgewählten additiven Aufgaben (ZR 10/20) zu 3 Zeitpunkten:

- Schulbeginn (3./4. Schulwoche)
 - Halbjahr (21./22. Schulwoche)
 - Schulende (36./37. Schulwoche)
- } Schuljahr
2006/2007

Design & Methoden:

1) Längsschnittstudie

Stichprobe:

- Anfangs 160, durchgehend 139 Kinder aus 20 nö. VS
- Zweistufige Zufallsauswahl:
 - ☞ Zufallsauswahl von 20 VS aus Gesamtliste des nö. LSR
 - ☞ Zufallsauswahl von je 8 Kindern aus Klassenliste

Design & Methoden:

1) Längsschnittstudie

- "Qualitative Interviews", "revidierte klinische Methode" nach Piaget (vgl. Ginsburg 1983, Selter & Spiegel 1997), videographiert
- Kategorisierung der beobachteten/erfragten Strategien (im Wesentlichen nach Carpenter & Moser 1984), v.a.
 - Faktenabruf
 - Ableitung } "Faktennutzung"
- Zählstrategie (Alleszählen, Fingerteilzählen, Weiterzählen ...)

Design & Methoden:

1) Längsschnittstudie

Beim ersten Interview zusätzlich erhoben:

- Zahlenbezogene Kenntnisse zu Schulbeginn

Beim zweiten und dritten Interview:

- Zusatzaufgaben zum Verständnis operativer Zusammenhänge (Aufgabe-Nachbaraufgabe, Aufgabe-Umkehraufgabe)

Design & Methoden:

2) Inhaltsanalyse der Schulbücher

- "Qualitative Inhaltsanalyse" (Mayring 2003),
Überprüfung auf Übereinstimmung mit / Abweichung vom
Grundkonsens der aktuellen Fachdidaktik bzgl. :
 - Gezieltes Erarbeiten von "Zahlen als Zusammensetzungen"
 - Gezieltes Erarbeiten nicht-zählender Rechenstrategien
 - Vorrang der Strategie-Reflexion gegenüber dem
"Lösen von Rechenaufgaben"
 - Ganzheitliche Behandlung von Zahlenräumen
 - Keine Festlegung auf "Zehnerstopp" beim Zehnerübergang
 - Vorrang operativer Übungsformen

Design & Methoden:

3) LehrerInnenbefragung

Nach dem dritten Interview:
LehrerInnen-Fragebogen,
offene und geschlossene Fragen

- zum Einsatz des Schulbuches
- zur Zufriedenheit mit dem Schulbuch
- zum Umgang mit arithmetischem Material
- zur Behandlung einzelner Rechenstrategien

Design & Methoden:

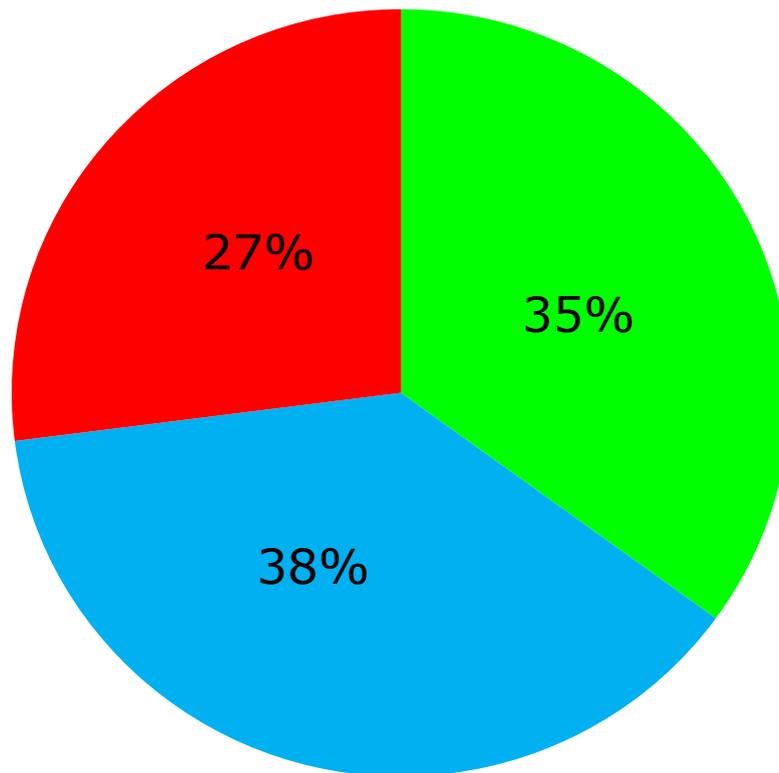
4) Elternfragebogen

Vor dem dritten Interview: Fragen u.a. zur

- höchsten abgeschlossenen Schulbildung der Eltern
- Dauer und Häufigkeit des häuslichen Rechnenübens

Einige qualitative Ergebnisse/ZR 10

Strategien im ZR bis 10, Ende 1. Schuljahr



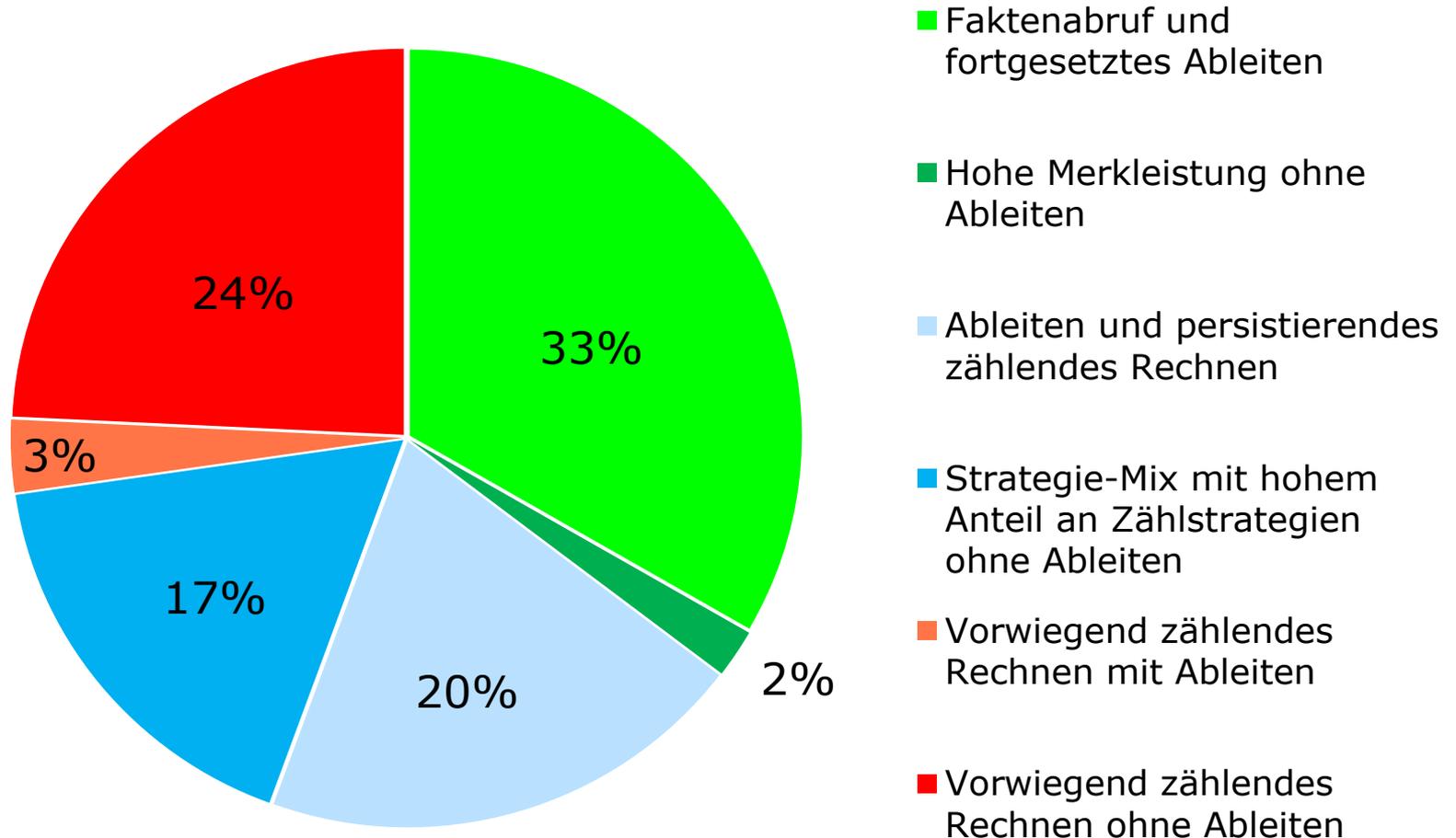
"Fact Mastery" nach Carpenter & Moser, d.h.: Mind. 2 Drittel der Aufgaben durch Faktennutzung

- Vorwiegend Zahlenfakten nutzend
- Mischtyp
- Vorwiegend zählend

Grundlage: 14 "nicht-triviale" Aufgaben (trivial: Verdoppelungen, +1, -1)

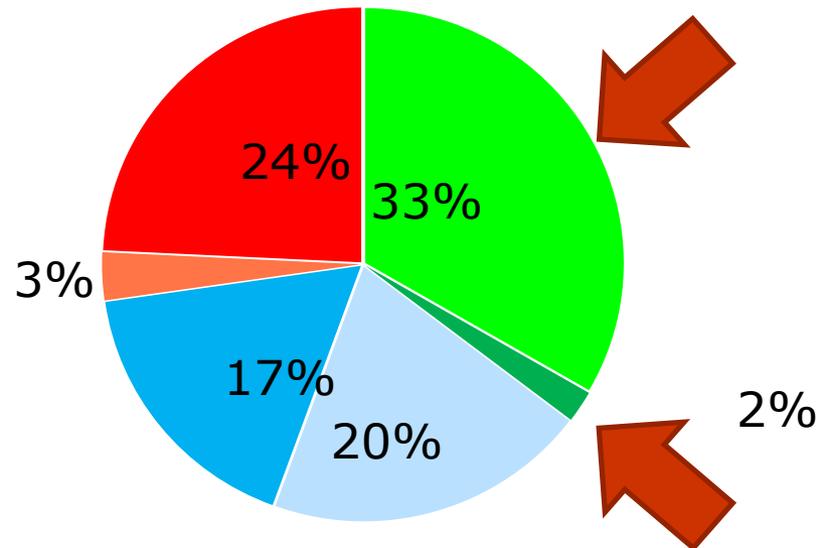
Einige qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

"Strategietypen" Ende 1. Schuljahr



Einige qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

- Hohes Faktenwissen im ZR 10 fast immer in Kombination mit Ableitungen (Typus "Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten")

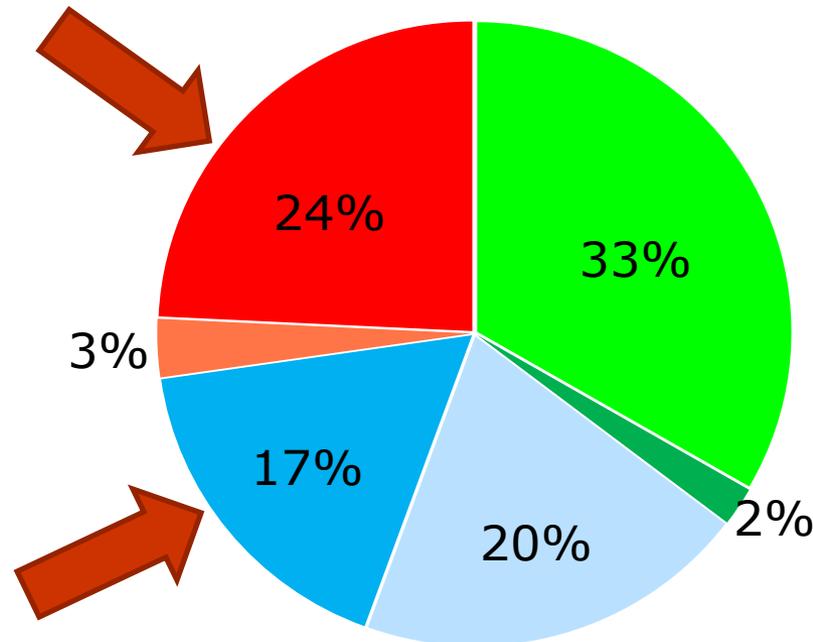


- "Bloßes Auswendigwissen" dagegen sehr selten (Typus "Hohe Merkleistung ohne Ableiten")

Einige qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

- Umgekehrt: Kinder mit geringstem Faktenwissen im ZR 10 verwenden die wenigen auswendig gewussten Aufgaben typischer Weise nicht für Ableitungen

(Typen "Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten" und "Strategiemix m. hohem Anteil an Zählstrategien o. Ableiten")

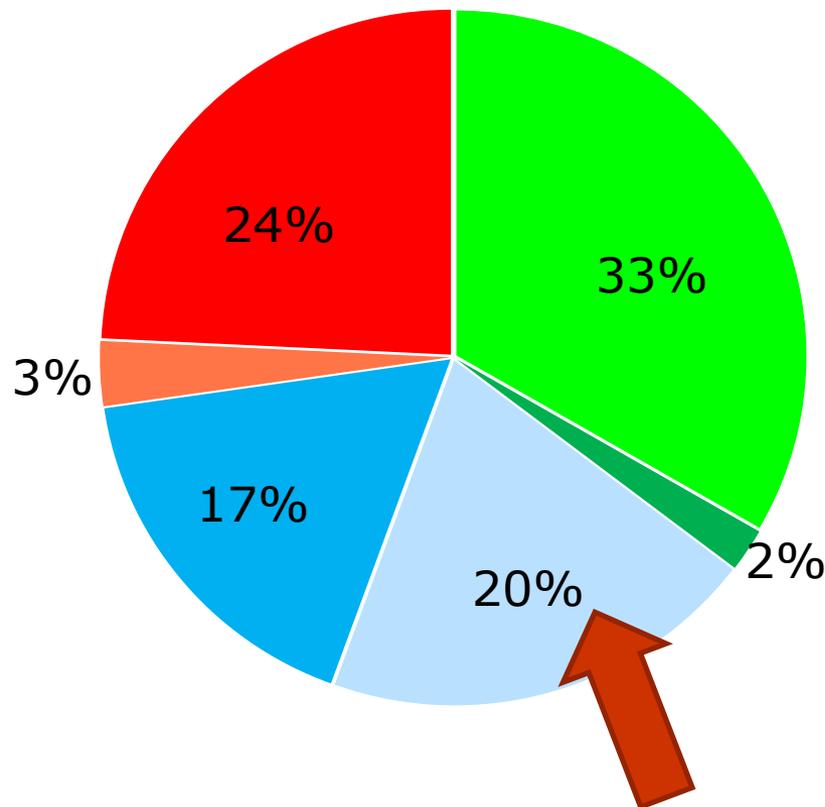


Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

- Die beiden häufigsten Typen "Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten" und "Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten" scheinen die Dichotomie von Gray & Tall 1994 zu bestätigen
- Aber: Auch Kinder, die durchgehend oder fast durchgehend zählend rechnen, zeigen in Zusatzaufgaben oft Einsicht in operative Zusammenhänge

Einige qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

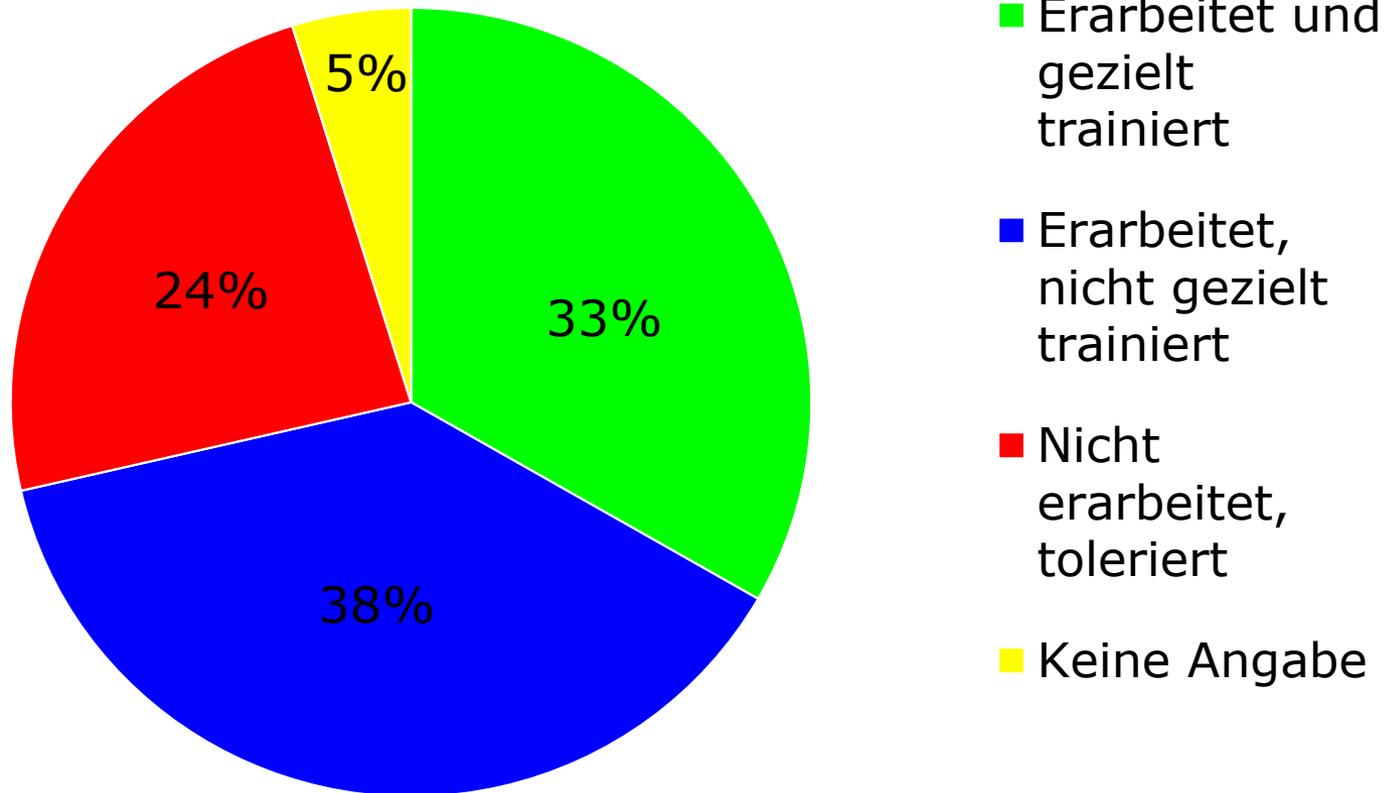
- Auch Typus "Ableiten und fortgesetztes zählendes Rechnen" zeigt, dass Rede vom "proceptual divide" der tatsächlichen Strategieentwicklung wohl nicht gerecht wird



- Typisch für diese Kinder: Ableiten, "wo es lohnt"
- Gerade bei Zehnerübergängen dann aber oft zählendes Rechnen, weil zu wenig Faktenwissen im ZR 10

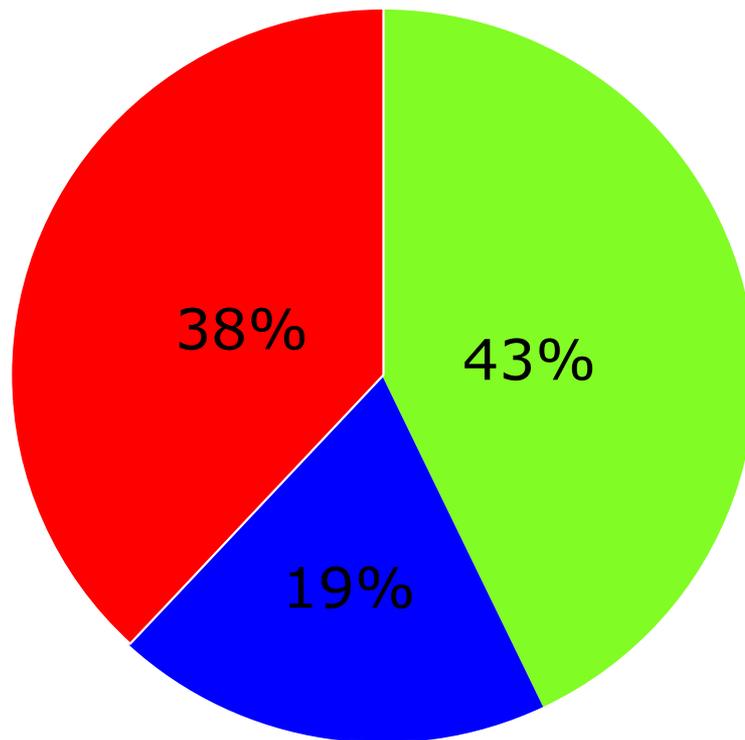
Dazu Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Umgang mit der Lösungsstrategie "Legen und Zählen" im Unterricht:



Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

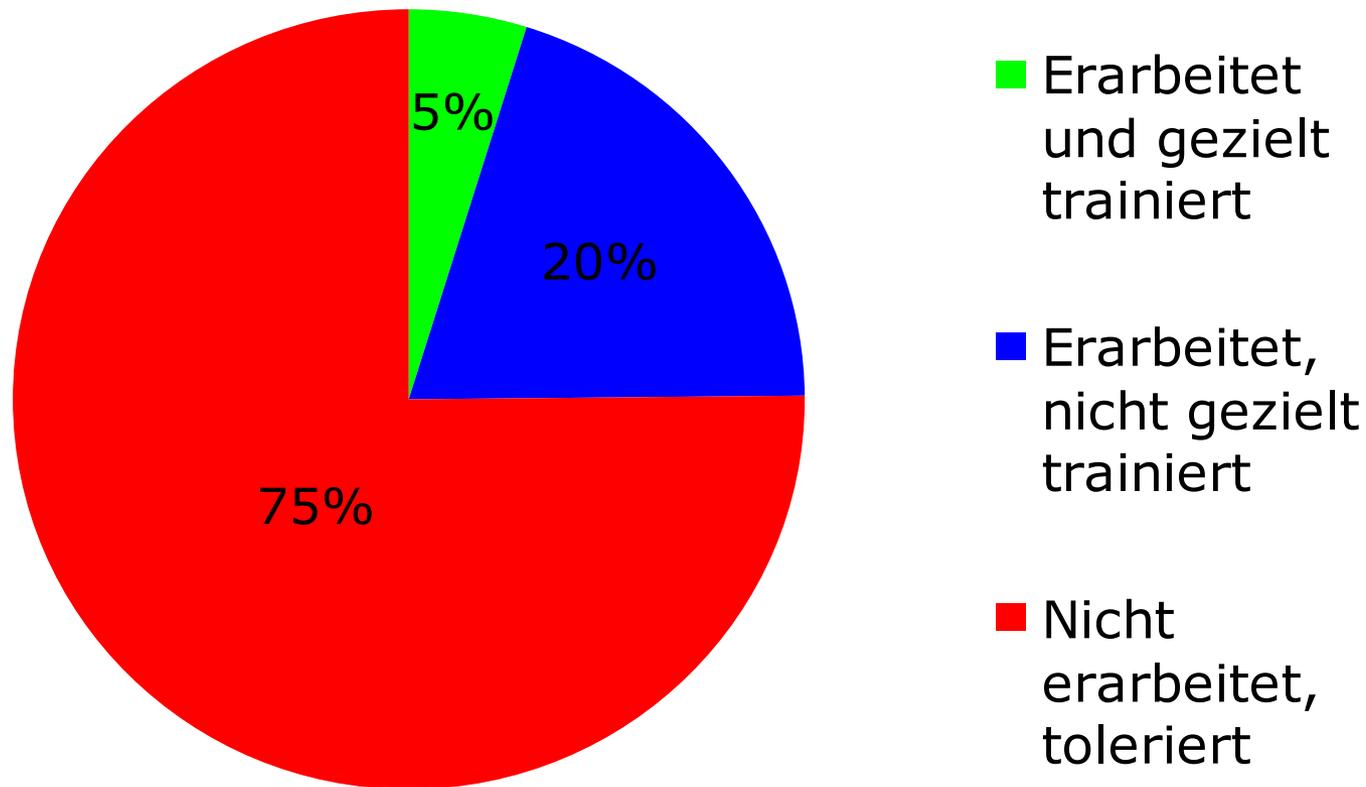
Umgang mit der Lösungsstrategie "Weiterzählen" im Unterricht:



- Erarbeitet und gezielt trainiert
- Erarbeitet, nicht gezielt trainiert
- Nicht erarbeitet, toleriert

Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Umgang mit der Lösungsstrategie "Verdoppeln plus 1"
(Beispiel: $3+3=6 \Rightarrow 3+4=7$) im Unterricht:



Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

- 22 Klassen, 5 unterschiedliche Bücher
- In **keinem** der fünf Bücher wurde „Verdoppeln +1“ thematisiert.

Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

- Die 5 Bücher sehr einheitlich in folgenden Aspekten:

- Kleinschrittiger Aufbau
- Kein gezielter Aufbau eines strukturierten Zahl Denkens
- Keine gezielte Erarbeitung nicht-zählender Strategien
- Keine Anregungen zur Reflexion von Rechenstrategien
- Weit überwiegend unstrukturiertes Üben

All das in klarem Widerspruch zu zentralen Empfehlungen der aktuellen Fachdidaktik

- Unterricht maßgeblich vom Schulbuch bestimmt:
 - In allen 22 Klassen wurde das Buch von den Kindern Seite für Seite abgearbeitet, kaum eine Aufgabe ausgelassen.

Qualitative Ergebnisse zu Aufgaben mit Zehnerübergang

Im Unterricht wurde für den Zehnerübergang

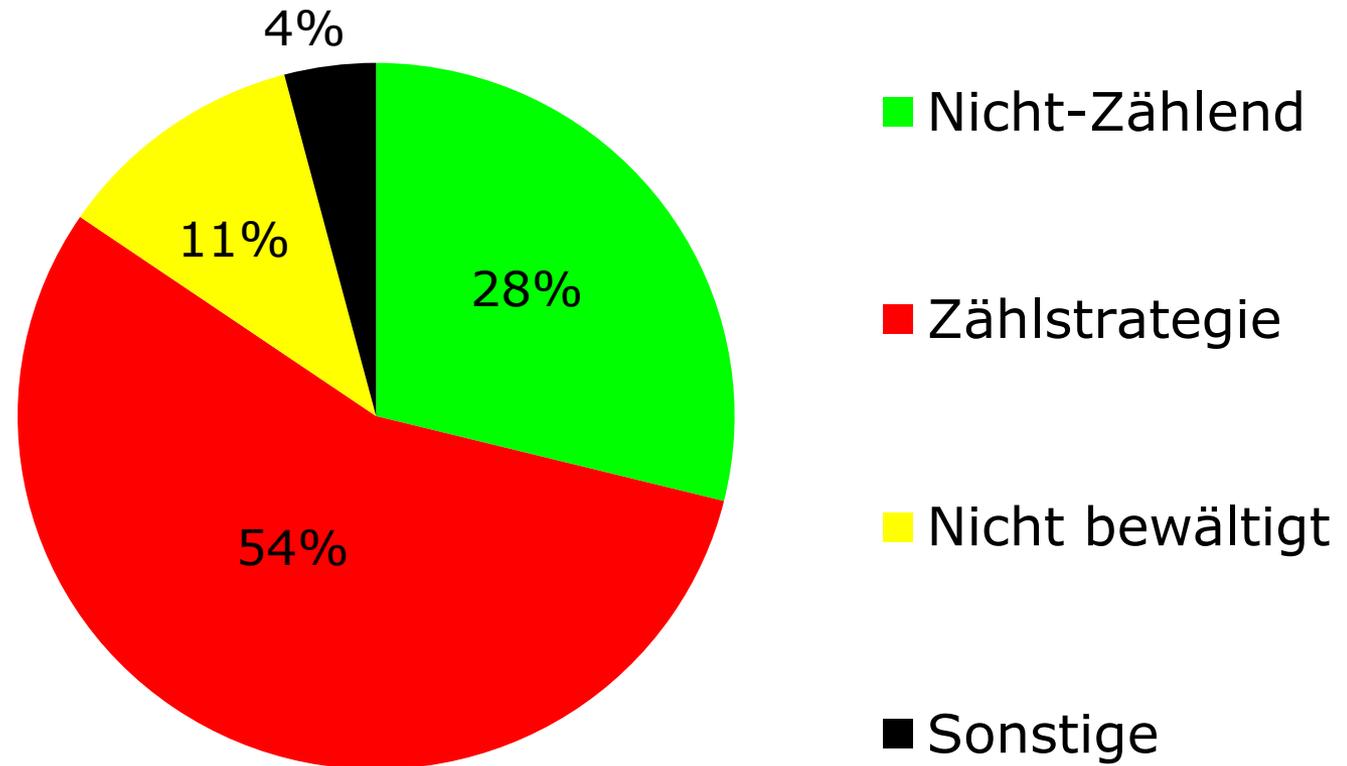
- in 19 von 22 Klassen **ausschließlich das Teilschrittverfahren** ("Zehner-Stopp", also etwa $6 + 7$ als $6 + 4 + 3$) behandelt
- auch dies in Übereinstimmung mit den verwendeten Schulbüchern
- in 2 Klassen Zehnerübergang im ersten Schuljahr noch nicht behandelt ("zu schwer")

Dazu die Fachdidaktik:

Teilschrittverfahren ist, "was die erforderlichen Teilleistungen betrifft, das anspruchsvollste (Verfahren für die Zehnerüberschreitung)" (Krauthausen 1995).

Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

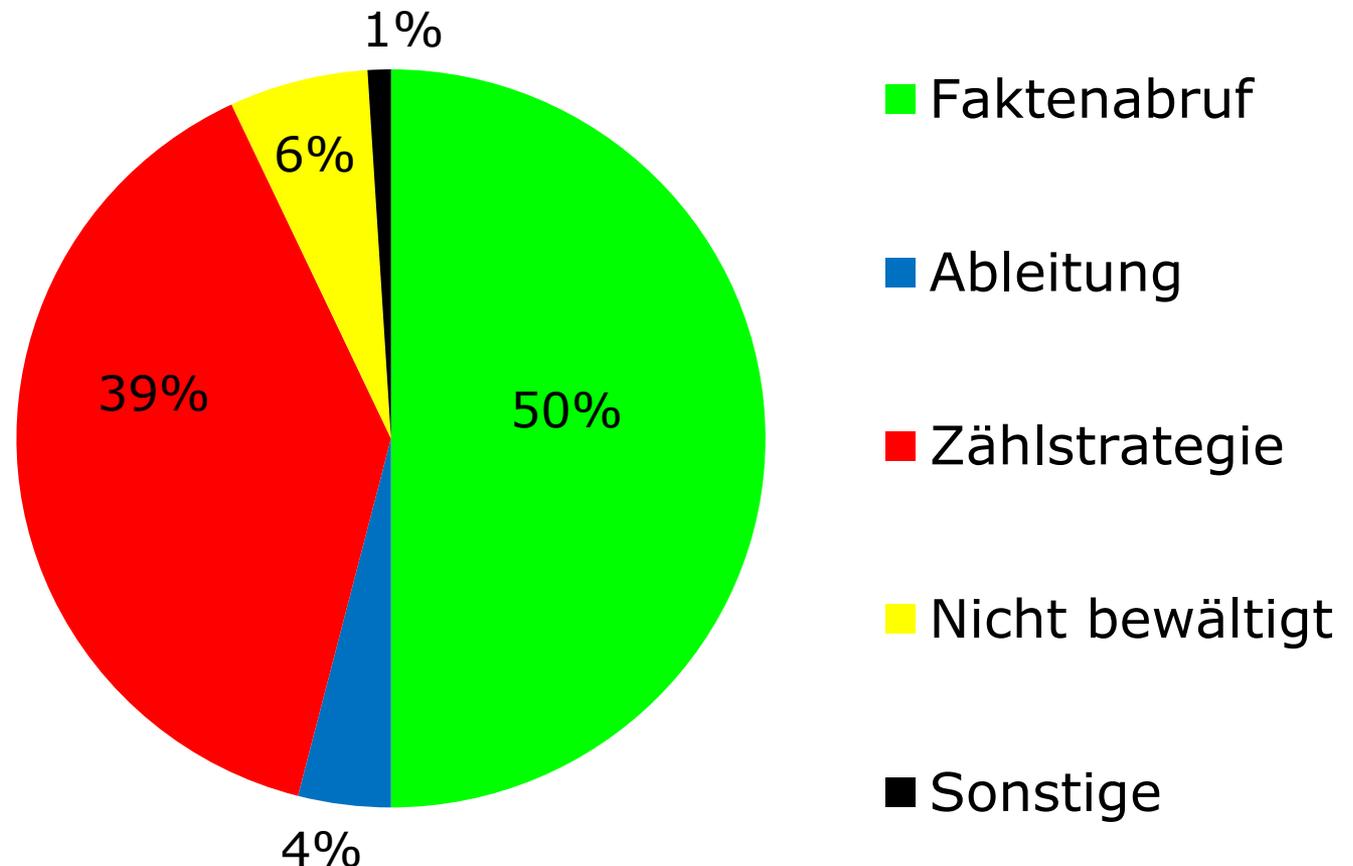
Strategien bei Aufgaben mit Zehnerübergang am Ende des 1. Schuljahres



Basis: 7 Aufgaben mit ZÜ, 6+6 als Sonderfall ausgenommen

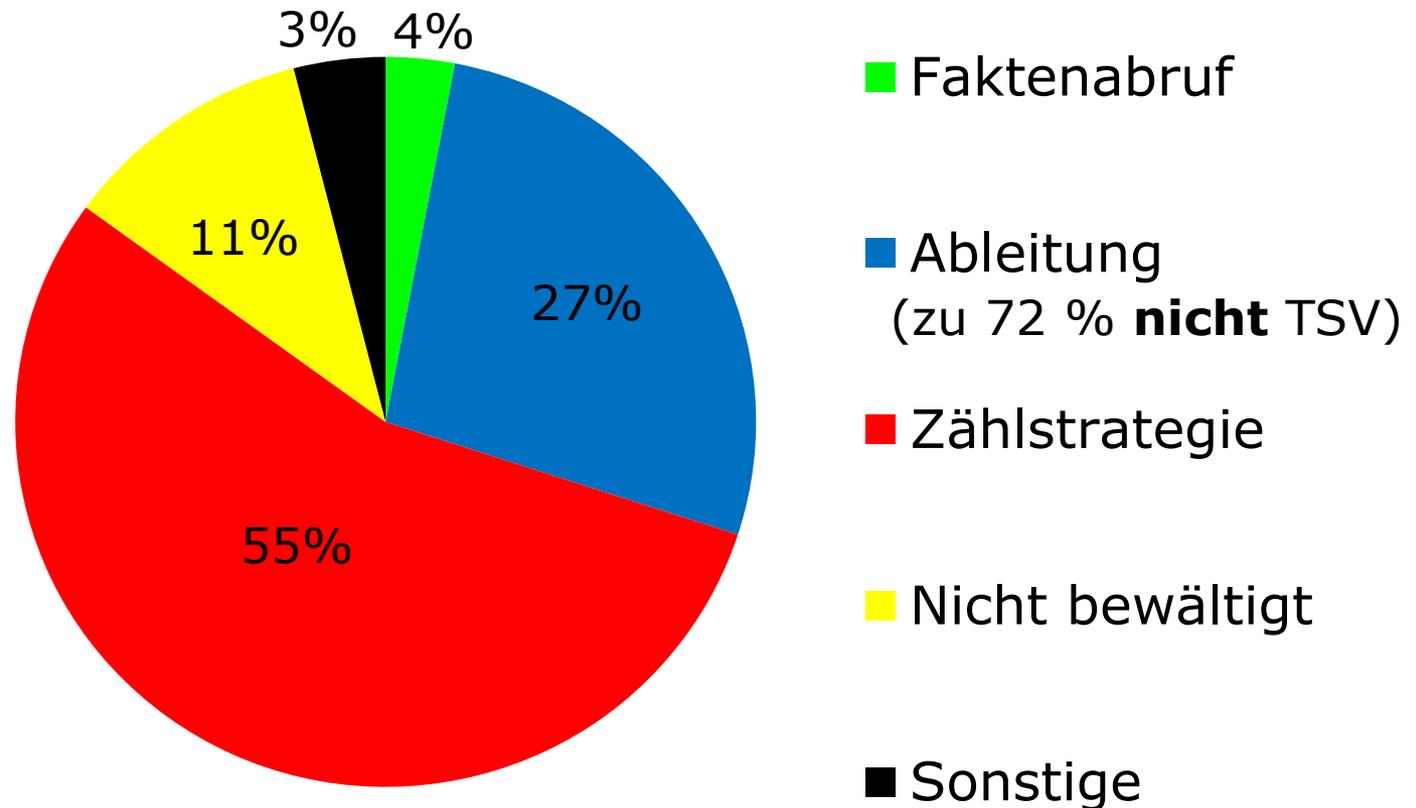
Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei $6 + 6$ am Ende des 1. Schuljahres



Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei 6 + 7 am Ende des 1. Schuljahres



Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei $8 + 8$ am Ende des 1. Schuljahres:

- ca. 16 % auswendig
- 2 Kinder „Kraft der 5“
- 1 Kind „Kraft der 10“ ($8 + 10 = 18, - 2 = 16$)
- 5 Kinder: $6 + 6 = 12, 14, 16$

„Teilschrittverfahren“ (als einziges im Unterricht behandelt!):

- 1 Kind (0,7 %) : $8 + 2 = 10, + 6 = 16$

Und die anderen Kinder?

- ca. 54 % Zählstrategien
- ca. 20 %: „irgend eine Zahl gesagt“, „zu schwer“ usw.

Unterrichtsanalyse: Zusammenfassung in Form von Forschungshypothesen

- Im Unterricht der befragten Kinder wurden **Zählstrategien mehrheitlich** zumindest bis Mitte des ersten Schuljahres **gezielt geübt**.
- **Ableitungsstrategien** wurden weitgehend **vernachlässigt**.
- Es wurden mehrheitlich **keine gezielte Maßnahmen zum Auswendiglernen** der additiven Basisfakten gesetzt.

Zusammengefasst:

- Ablösung vom zählenden Rechnen wurde in der Regel nicht gefördert, im Gegenteil eher erschwert.

Zentrale Ergebnisse

- (1) „Was macht rechenstarke Kinder rechenstark und lässt andere rechenschwach werden?“
 - Wohl nicht einfach Unterschiede in Übung/Merkfähigkeit!
 - ☞ Starke Hinweise gegen Position von Siegler, Geary ...
 - „Rechenstärke“ entwickelt sich über „Ableitungen“!
 - ☞ Starke Hinweise für Position von Baroody, Gerster ...
- (2) "6 Typen": Für die Planung von Unterricht wichtige Differenzierung des "proceptual divide" (Gray & Tall)
- (3) In der Regel spätestens Mitte 1. Schuljahr absehbar, wohin Entwicklung läuft!

Pädagogisch-praktische Konsequenzen (zumindest für Österreich)

- ❑ Verbesserte fachdidaktische Kompetenz von Grundschullehrer/inne/n
- ❑ Verstärkte Anstrengungen um frühe mathematische Bildung im Kindergarten (statistisch signifikanter Einfluss von Vorwissen auf Ablösung vom zählenden Rechnen)
- ❑ Approbation von Schulbüchern nur nach fachlicher Prüfung der Übereinstimmung mit fachdidaktischem Grund-Konsens
- ❑ *Frühe, kompetente und konsequente* schulische Zusatz-Förderung (auch in Einzel- und Kleingruppenarbeit) von Kindern, die dieser bedürfen

Forschungsdesiderate

- Weitere **Längsschnitt-Studien** zur Strategieentwicklung, auch **über das erste Schuljahr** hinaus, im mikro-genetischen Design
 - Meines Erachtens vertretbar nur als **Interventionsstudien**: „Wettstreit“ alternativer, jeweils für sich in begründeter Weise als förderlich erachteter Konzepte (vgl. Bauersfeld 2000)

- **Querschnitt-Studien** zur Erfassung der Rechenstrategien **auch in höheren Schulstufen**

- **Video-basierte Unterrichtsforschung** zur genaueren Bestimmung der didaktisch-methodischen Qualität des gegenwärtigen mathematischen Anfangsunterrichts
 - Auch hier m.E. nur vertretbar, wenn die untersuchten Lehrer/innen zugleich Hilfestellungen zur Unterrichtsoptimierung erhalten

Bei Interesse an den Details:

Gaidoschik, Michael (2010a): Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres. Dissertation. Universität Wien.

Gaidoschik, Michael (2010b): Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Frankfurt/Main: Peter Lang Verlag der Wissenschaften.
(Leicht gekürzte Fassung der oben genannten Dissertation)

Gaidoschik, Michael (2010c): Zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. In: Forschungsperspektiven, Band 2. Wien: PH Wien.
(Kurz-Zusammenfassung der oben genannten Dissertation)

Mailadresse des Autors: michael.gaidoschik@chello.at

Literatur:

- ❑ BAROODY, Arthur J. (2006): Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. In: Teaching Children Mathematics, 13, No. 1, S. 22-31.
- ❑ BAUERSFELD, Heinrich (2000): Research in Mathematics Education – Who Benefits?- In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, No. 4, S. 95-100.
- ❑ BIKNER-AHSBAHS, Angelika (2003): Empirisch begründete Idealtypenbildung – Ein methodisches Prinzip zur Theoriekonstruktion in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 35, H. 5, S. 208-223.
- ❑ CARPENTER, Thomas P.; MOSER, James M. (1984): The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One Through Three. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 15, No. 3, S. 179-202.
- ❑ DEVLIN, Kevin (2002): Muster der Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- ❑ DORNHEIM, Dorothea (2008): Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Bei-trag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos.
- ❑ FUSON, Karen C.; KWON, Youngshim (1992): Korean Children's Single-Digit Addition and Subtraction: Numbers Structured by Ten. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 23, No. 2, S. 148-165.

Literatur:

- ❑ GAIDOSCHIK, Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen - Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: G&G.
- ❑ GEARY, David C.; BOW-THOMAS, Christine C.; FAN, Liu; SIEGLER, Robert S. (1996): Development of Arithmetical Competences in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. In: Child Development, Vol. 67, S. 2022-2044.
- ❑ GEARY, David C.; BROWN, Sam C. (1991): Strategy Choice and Speed-of-Processing Differences in Gifted, Normal, and Mathematically Disabled Children. In: Developmental Psychology, Vol. 27, No. 3, S. 398-406.
- ❑ GERSTER, Hans-Dieter (2009): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (2009): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz, S. 248-268.
- ❑ GERSTER, Hans-Dieter (1994): Arithmetik im Anfangsunterricht. In: ABELE, Albrecht; KALMBACH, Herbert (Hg.): Handbuch zur Grundschulmathematik, 1. und 2. Schuljahr. Stuttgart: Klett, S. 35-102.
- ❑ GRAY, Edward M. (1991): An Analysis of Diverging Approaches to Simple Arithmetic: Preference and its Consequences. In: Educational Studies in Mathematics, 22, S. 551-574.

Literatur:

- ❑ HASEMANN, Klaus (2003): Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- ❑ HATANO, Giyoo (1982): Learning to Add and Subtract: A Japanese Perspective. In: Carpenter, Thomas P., Moser, James M.; Romberg, Thomas A. (Eds.): Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, S. 211-223.
- ❑ HENRY, Valerie J.; BROWN, Richard S. (2008): First-Grade Basic Facts: An Investigation into Teaching and Learning of an Accelerated, High-Demanding Memorization Standard. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 39, No. 2, S. 153-183.
- ❑ KELLE, Udo (1994): Empirisch begründete Theoriebildung. Zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- ❑ KELLE, Udo; KLUGE, Susann (1999): Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung. Opladen: Leske und Budrich.
- ❑ KRAJEWSKI, Kristin (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovac.

Literatur:

- ❑ KRAJEWSKI, Kristin; SCHNEIDER, Wolfgang (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, Vol. 53, S. 246-262.
- ❑ KRAUTHAUSEN, Günter; SCHERER, Petra (2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg – Berlin: Spektrum.
- ❑ LORENZ, Jens-Holger (2002): Das arithmetische Denken von Grundschulkindern. In: Peter-Koop, Andrea (Hg.): *Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger, S. 59-81.*
- ❑ LORENZ, Jens-Holger; RADATZ, Hendrik (1993): *Handbuch des Förderns im Mathematik-Unterricht.* Hannover: Schroedel.
- ❑ MAYRING, Philipp (2003): *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken.* Weinheim und Basel: Beltz.
- ❑ MAYRING, Philipp (2002): *Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken.* Weinheim und Basel: Beltz.
- ❑ PADBERG, Friedhelm (2005): *Didaktik der Arithmetik.* Heidelberg: Spektrum.
- ❑ RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraud; EBELING, Astrid (1996): *Handbuch für den Mathematikunterricht, 1. Schuljahr.* Hannover: Schroedel.

Literatur:

- ❑ SCHIPPER, Wilhelm (2005): Schulische Intervention und Prävention bei Rechenstörungen. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 182, S. 6-10.
- ❑ SCHIPPER, Wilhelm (2003): Thesen und Empfehlungen für den schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: Lenart, Friederike; Holzer, Norbert; Schaupp, Hubert (Hg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie: Erkennung, Prävention, Förderung. Graz: Leykam, 2003, S. 103-121.
- ❑ SCHIPPER, Wilhelm (2002): „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen.“ Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: Peter-Koop, Andrea (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenerger, S. 119-140.
- ❑ SCHMIDT, Siegbert; WEISER, Werner (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern: Zählen und der kardinale Aspekt natürlicher Zahlen. In: Journal für Mathematik-Didaktik, H. 2/3, S. 227-263.
- ❑ SELTER, Christoph; SPIEGEL, Hartmut (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett.
- ❑ SIEGLER, Robert S. (2001): Das Denken von Kindern. München – Wien: Oldenbourg Verlag.

Literatur:

- ❑ STEINBERG, Ruth M. (1985): Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 16, No. 5, S. 337-355.
- ❑ SUN, Wei; ZHANG, Joanne Y. (2001): Teaching Addition and Subtraction Facts: A Chinese Perspective. In: Teaching Children Mathematics, Vol. 8, Issue 1, S. 28-31.
- ❑ THORNTON, Carol A. (1978): Emphasizing thinking strategies in basic fact instruction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 9, S. 214-227.
- ❑ WEIßHAUPT, Steffi; PEUCKER, Sabine; WIRTZ, Markus (2006): Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, Vol. 53, H. 4, S. 236-245.
- ❑ WITTMANN, Erich Ch. (1994): Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (1994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett, S. 157-171.
- ❑ WITTMANN, Erich Ch.; MÜLLER, Gerhard N. (21994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett.