

Klausur in Wirtschaftsmathematik**Teil 1: Analysis**

- 1) Eine Anfangsschuld von $K_0 = 15.000$ DM soll in $n = 3$ Jahren als Annuitätenschuld bei einem Zinsfuß von $p = 7\%$ getilgt werden. Berechnen Sie die Annuität und stellen Sie den Tilgungsplan auf. (4 Punkte)
- 2) Berechnen Sie für die Funktion $f(x) = \cos x$ das Taylorpolynom vom Grad $n = 3$ (höchstens) ($x_0 = 0$). Berechnen Sie den Wert des Taylorpolynoms an der Stelle $x = 0,5$ und schätzen Sie durch die Berechnung des Restgliedes ab, wie genau $f(0,5) = \cos 0,5$ durch diesen Wert approximiert wird. (5 Punkte)
- 3) Bestimmen Sie für die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1 \cdot x_2 + x_3}$ die partiellen und das totale Differential an der Stelle $\underline{x}^0 = (x_1, x_2, x_3) = (2, 3, -6)$ mit $d\underline{x} = (0, 1; 0, 2; -0, 1)$. Überprüfen Sie durch die Berechnung des relativen Fehlers, wie genau an dieser Stelle die Differenz $\Delta y = f(\underline{x}^0 + d\underline{x}) - f(\underline{x}^0)$ durch das totale Differential approximiert wird. (5 Punkte)
- 4) Berechnen Sie mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ unter der Nebenbedingung $g(x_1, x_2) = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 13 = 0$. Geben Sie eine kurze geometrische Interpretation dieser Optimierungsaufgabe. (6 Punkte)
- 5) Berechnen Sie das bestimmte Integral $\int_0^1 x \cdot e^{-2 \cdot x^2} dx$ (5 Punkte)

Teil 2: Lineare Algebra

- 1) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.
Ist A invertierbar? (4 Punkte)
- 2) Gegeben seien die Vektoren $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z} \in \mathbb{R}$ mit $\underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -b \\ a \end{pmatrix}, \underline{y} = \begin{pmatrix} a^2 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{z} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$.
 - a) Für welche Werte der Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ sind diese Vektoren linear unabhängig?
 - b) Welche Dimension besitzt der von $\underline{x}, \underline{y}$ und $\underline{z}$ erzeugte Vektorraum, wenn $a = b = 0$ ist? (6 Punkte)

Rückseite beachten!

3) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $A \cdot \underline{x} = \underline{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 2 & 7 & 18 \\ 18 & 2 & 5 & 16 & 41 \\ 31 & 3 & 9 & 28 & 71 \end{pmatrix} \text{ und } \underline{b} = \begin{pmatrix} 49 \\ 112 \\ 196 \end{pmatrix}.$$

- a) Zeigen Sie, daß dieses lineare Gleichungssystem lösbar, aber nicht eindeutig lösbar ist.
b) Bestimmen Sie die vollständige Basislösung und die allgemeine Lösung mit den Basisvariablen x_2, x_3 und x_4 .
c) Ist es möglich, alternativ x_1, x_2 und x_4 als Basisvariablen zu wählen? (7 Punkte)

4) Bestimmen Sie rechnerisch mit Hilfe des Simplexalgorithmus und grafisch das Maximum der Zielfunktion $Z(x_1, x_2) = x_1 + 4 \cdot x_2$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rclcl} -2 \cdot x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & & x_2 & \leq & 4 \\ 2 \cdot x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\ x_1 & - & x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & & & \geq & 0 \\ & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(8 Punkte)