

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes das Minimum der Funktion

$f(x_1, x_2) = (x_1 + c)^2 + (x_2 - c)^2$ unter der Nebenbedingung $x_1 - x_2 = 2$ (Dabei ist c eine unbestimmte reelle Konstante).

b) Untersuchen Sie mit Hilfe des Envelopen-Theorems, wie dieses Minimum auf Änderungen der Konstanten c reagiert.

c) Zeigen Sie, dass $\frac{df_{\min}(c)}{dc} = 0$ genau dann gilt, wenn der Punkt $\begin{pmatrix} -c \\ c \end{pmatrix}$ auf der Geraden

$$x_1 - x_2 = 2 \text{ liegt} \quad (8 \text{ Punkte})$$

Aufgabe 2

Einem Unternehmen stehen für Entscheidungen bei Risiko zwei verschiedene Risikonutzenfunktion $U_1(x) = \sqrt{x^3}$ und $U_2(x) = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$).

a) Welche der beiden Risikonutzenfunktionen bildet risikofreudiges, welche risikoscheues Verhalten ab (Begründung!)?

b) Bewerten Sie mit der Risikonutzenfunktion U_2 die in der folgenden Tabelle (Werte der Zielvariablen X bei den verschiedenen Zuständen und Aktionen) dargestellte Entscheidungssituation:

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,3	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,25	1	4
a2	1	4	9
a3	16	4	1
a4	16	16	0

c) Berechnen Sie das Sicherheitsäquivalent der Aktion a3 und bestätigen Sie damit das Ergebnis der Teilaufgabe a) (für die Risikonutzenfunktion U_2). (9 Punkte)

Aufgabe 3

Der Betreiber eines Bioreaktors startet die Züchtung einer Hefekultur mit einer Anfangspopulation von $Z_0 = 31$ (kg). Zu den Zeitpunkten $t = 1, 2, 3 = T$ kann er einen Teil, a_t , der Bakterien entnehmen und verkaufen, Das Wachstum der Kultur zwischen den Zeitpunkten $t-1$ und t wird durch die Gleichung $Z_t = 5 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$ beschrieben. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen des Betreibers $u_1 + u_2 + u_3$ mit

$$u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t} \text{ maximiert werden soll.}$$

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt. (8 Punkte)