

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende (primale) nichtnormale lineare Programm:

Minimiere die Zielfunktion $Z(x_1, x_2, x_3) = 4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3$ unter den Nebenbedingungen

$x_1 + x_2 \geq 2$ und $x_1 + x_3 \geq 1$ bei den Nichtnegativitätsbedingungen $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ und $x_3 \geq 0$.

- a) Stellen Sie das Ausgangstableau des Simplexalgorithmus zur Lösung dieses primalen Problems auf.
- b) Leiten Sie aus dem Tableau der Teilaufgabe a) das Ausgangstableau des zugehörigen dualen Problems ab und lösen Sie es.
- c) Lesen Sie aus dem Endtableau des dualen die Lösung des primalen Problems ab.

(17 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln((x^2 + 1)^2)$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie das Sicherheitsäquivalent der Aktion a3 und vergleichen Sie es mit dem Erwartungswert $E(X|a3)$ und entscheiden Sie, ob diese Aktion risikofreudig oder risikoscheu bewertet wird. Begründen Sie, warum dieser Vergleich das Ergebnis von Teilaufgabe b) weder bestätigen noch widerlegen kann.

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,2	0,6
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,4	0,9	0,7
a2	1,4	1,5	2,0
a3	0,3	1,0	1,4
a4	2,0	1,2	0,6

(17 Punkte)

Rückseite beachten!

Aufgabe 3

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3, 4 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 2(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Es sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3, 4$) so festzulegen, dass der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Führen Sie den letzten Schritt der Rückwärtsrechnung und die vollständige Vorwärtsrechnung zur Bestimmung der optimalen Strategie durch, wenn $Z_0 = 15$ gegeben ist. Die Zwischenergebnisse der Vorwärtsrechnung lauten:

$$a_4^* = z_3, \quad u_4^* = \sqrt{z_3}, \quad a_3^* = \frac{1}{3} \cdot z_2, \quad u_3^* + u_4^* = \sqrt{3 \cdot z_2}, \quad a_2^* = \frac{1}{7} \cdot z_1$$

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität der zu maximierenden Funktion, so dass sich die Berechnung der zweiten Ableitung erübrigt.

(17 Punkte)