

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2$ unter den Nebenbedingungen (I) $x_1 + x_2 \geq 4$ und (II) $2 \cdot x_1 + x_2 \leq 6$ bei den Nichtnegativitätsbedingungen $x_1 \geq 0$ und $x_2 \geq 0$ mit Hilfe der Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Hinweis: Geben Sie zunächst eine geometrisch-grafische Interpretation, um damit das zu lösende Gleichungssystem zu vereinfachen.

(16 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln(1 + x^2)$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie das Sicherheitsäquivalent der Aktion a3 und vergleichen Sie es mit dem Erwartungswert $E(X|a3)$ und entscheiden Sie, ob diese Aktion risikofreudig oder risikoscheu bewertet wird. Begründen Sie, warum dieser Vergleich das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigt.

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,2	0,6
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,4	0,8	1,2
a2	1,4	1,5	2,0
a3	1,5	2,0	1,4
a4	2,0	1,2	0,8

(18 Punkte)

Rückseite beachten!

Aufgabe 3

Das Management eines gemeinnützigen Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss es die Höhe der Entnahmen für karitative Zwecke (a_t) festlegen. Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel

$Z_t = 1,5 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 76$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(16 Punkte)