

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie das Maximum der Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ unter der (Budget-) Nebenbedingung $c - 3 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = 0$ (c unbestimmt).
- b) Untersuchen Sie mit Hilfe des Envelopentheorems, wie das in Teilaufgabe a) bestimmte Nutzenmaximum auf (marginale) Einkommensänderungen (c) reagiert. Leiten Sie aus diesem Ergebnis eine ökonomische Interpretation des Lagrange-Multiplikators ab.
- c) Welcher Grenznutzen des Geldes ergibt sich bei $c = 60$? (14 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzips mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a1 und a4 und vergleichen Sie sie mit den Erwartungswerten $E(X|a1)$ und $E(X|a4)$ und entscheiden Sie, ob diese Aktionen risikofreudig oder risikoscheu bewertet werden. Begründen Sie, warum dieser Vergleich nur für die Aktion a1 das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen kann.

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,3	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,25	0	0,5
a2	3	2	4
a3	2	4	3
a4	0,5	1	6,25

(18 Punkte)

Rückseite beachten!

Aufgabe 3

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 2(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 28$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(18 Punkte)