

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel: Keine Beschränkungen!

Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2$ unter den Nebenbedingungen (I) $x_1 + x_2 \leq 10$ und (II) $x_2 \leq 3$ bei den Nichtnegativitätsbedingungen $x_1 \geq 0$ und $x_2 \geq 0$ mit Hilfe der Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Hinweis:

Geben Sie zunächst eine geometrisch-grafische Interpretation, um damit das zu lösende Gleichungssystem zu vereinfachen.

(16 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln(1 + x^2)$ ($x \geq 0$).

- a) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,3	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	1	0	0,5
a2	2	3	4
a3	2	4	3
a4	2,5	2,5	2,5

- b) Betrachten Sie nun die in der obigen Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bestimmen Sie das Sicherheitsäquivalent der Aktion a3 und vergleichen Sie es mit dem Erwartungswert $E(X|a3)$. Begründen Sie, warum dieser Vergleich das Ergebnis von Teilaufgabe a) bestätigt.

(14 Punkte)

Aufgabe 3

Der Betreiber eines Bioreaktors startet die Züchtung einer Bakterienkultur mit einer Anfangspopulation von $Z_0 = 73$ (Gramm). Zu den Zeitpunkten $t = 1, 2, 3 = T$ kann er einen Teil, a_t , der Bakterien entnehmen und verkaufen. Das Wachstum der Bakterienkultur zwischen den Zeitpunkten $t-1$ und t wird durch die Gleichung $Z_t = 8 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$ beschrieben. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen des Betreibers $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(20 Punkte)