

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

1a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrangeansatzes das Minimum der Kostenfunktion

$$K(x_1, x_2) = 4 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 \text{ unter der (Nutzen-)Nebenbedingung } U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 = U_0 (> 0) \\ (x_1, x_2 > 0).$$

b) Untersuchen Sie mit Hilfe des Envelopentheorems, wie das in Teilaufgabe a) bestimmte Kostenminimum auf (marginale) Änderungen des gewünschten Nutzenniveaus U_0 reagiert.

c) Geben Sie eine ökonomische Interpretation des (Minimalwertes des) Lagrangemultiplikators! (8 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risiko-

$$\text{nutzenfunktion } U(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} & \text{für } x \leq 0 \\ 1 + \ln(x+1) & \text{für } x > 0 \end{cases}.$$

a) Zeigen Sie, dass diese Risikonutzenfunktion stetig und monoton steigend ist. Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?

b) Bewerten Sie die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation mit dieser Risikonutzenfunktion.

Wahrscheinlichkeiten	0,4	0,3	0,3
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a_1	-1	1	0
a_2	1	2	1
a_3	-2	-1	0
a_4	-1	-2	5

c) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a_2 und a_3 und vergleichen Sie diese mit den zugehörigen Erwartungswerten $E(X|a_2)$ und $E(X|a_3)$. Begründen Sie, warum beide Vergleiche das Ergebnis von Teilaufgabe a) bestätigen. (9 Punkte)

Aufgabe 3

Ein Bauunternehmen möchte vier Arbeiter auf drei Baustellen so einsetzen, dass die entstehenden Kosten **minimiert** werden (dabei soll jeder Arbeiter einer Baustelle zugeordnet werden). Die von der Anzahl der eingesetzten Arbeiter abhängigen Kosten auf den einzelnen Baustellen sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Baustelle Anzahl der Arbeiter	I	II	III
0	0	0	0
1	6	5	4
2	13	14	12
3	17	19	20
4	23	25	26

Bestimmen Sie die optimale Verteilung der Arbeiter auf die drei Baustellen mit Hilfe des Entscheidungsbaumverfahrens. (8 Punkte)