

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 (Statische Optimierung und Entscheidungstheorie)

1) Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = (x_1 - c)^2 + (x_2 - c)^2$ unter der Nebenbedingung $x_1 + x_2 = 0$. Untersuchen Sie mit Hilfe des Envelopentheorems, wie dieses Minimum auf Änderungen des Parameters c reagiert, stellen Sie insbesondere fest, für welche Werte von c das Minimum von f zu- bzw. abnimmt, wenn c zunimmt. (15 Punkte)

2) Für einen Entscheidungsträger gelte die Risikonutzenfunktion

$$U(x) = \begin{cases} x^3 & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 + \ln x & \text{für } x \geq 1 \end{cases} \quad (x \geq 0).$$

a) Für welche Bereiche verhält sich der Entscheidungsträger risikofreudig bzw. risikoscheu?

b) Welche der in der folgenden Tabelle dargestellten Aktionen ist optimal, wenn Sie die Aktionen mit der o.g. Risikonutzenfunktion bewerten?

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,3	0,5
Zustände	Z_1	Z_2	Z_3
Aktionen			
a_1	0	1	1
a_2	0,2	0,3	0,5
a_3	3	1	4
a_4	2	3	3

c) Berechnen Sie das Sicherheitsäquivalent der Aktion a_4 und vergleichen Sie es mit dem Erwartungswert $E(X|a_4)$. Begründen Sie, warum dieser Vergleich das Ergebnis der Teilaufgabe a) bestätigt. (15 Punkte)

3) Der Manager eines gemeinnützigen Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss er die Höhe der Entnahmen für karitative Zwecke (a_t) festlegen. Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 3(Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 13$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(20 Punkte)