

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
 Statische Optimierung und Entscheidungstheorie

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe der Kuhn-Tucker-Bedingungen das Minimum der Funktion

$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + x_2^2$ unter den Nebenbedingungen (I) $x_1 + x_2 \geq 3$ und (II) $x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 6$ bei der Nichtnegativitätsbedingung $\underline{x} \geq \underline{0}$.

Hinweis: Geben Sie zunächst eine geometrisch-grafische Interpretation, um damit das zu lösende Gleichungssystem zu vereinfachen.

(8 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risiko-

nutzenfunktion $U(x) = \frac{3 \cdot x^2}{x^2 + 1} \quad (x \geq 0)$.

- a) Zeigen Sie, dass diese Risikonutzenfunktion monoton steigend ist. Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- b) Bewerten Sie die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation mit dieser Risikonutzenfunktion.

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,2	0,3
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,3	0,4	0,5
a2	0,5	0,3	1
a3	0,5	0,6	2
a4	0,2	2	2

- c) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a1 und a4 und vergleichen Sie diese mit den zugehörigen Erwartungswerten $E(X|a1)$ und $E(X|a4)$. Begründen Sie, warum nur einer dieser beiden Vergleiche das Ergebnis von Teilaufgabe a) bestätigt. (9 Punkte)

Aufgabe 3

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 3(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Es sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) so festzulegen, dass der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit

$u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert wird ($Z_0 = 52$ gegeben).

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität der zu maximierenden Funktion, so dass sich die Berechnung der zweiten Ableitung erübrigt.

(8 Punkte)