

Klausur im Fach Entscheidungstheorie

Bearbeitungszeit: 60 Minuten (Erasmusstud.: 90 Minuten)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzips mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln(1 + x^2)$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass diese Risikonutzenfunktion monoton steigend ist. Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- b) Bewerten Sie die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation mit dieser Risikonutzenfunktion.

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,3	0,5
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a_1	0,5	2	1
a_2	0,4	2	2
a_3	0,2	0,3	0,7
a_4	4	3	2

- c) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente aller vier Aktionen a_i und vergleichen Sie diese mit den zugehörigen Erwartungswerten $E(X|a_i)$. Welche dieser Vergleiche bestätigen das Ergebnis von Teilaufgabe a)?
- d) Nehmen Sie nun an, die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände seien unbekannt. Welche Reihung der Aktionen ergibt sich bei Anwendung der Laplace-Regel? Wie beurteilen Sie die Anwendung dieses Entscheidungsverfahrens bei einer solchen Ungewissheitssituation?
- e) Warum ist die vierte Aktion bei allen in dieser Aufgabe benutzten Entscheidungsverfahren besser und die dritte schlechter als alle anderen Aktionen? (13 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 4(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 21$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(12 Punkte)