

Klausur im Fach
Wirtschaftsmathematik
 (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzips mit der

Risikonutzenfunktion
$$U(x) = \begin{cases} e^x & \text{für } x \leq 0 \\ \frac{2 \cdot x + 1}{x + 1} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der vier Aktionen und vergleichen Sie sie mit den zugehörigen Erwartungswerten $E(X|a_i)$. Entscheiden Sie, ob diese Aktionen risikofreudig oder risikoscheu bewertet werden. Welche dieser Vergleiche können das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen (Begründung)?
- e) Nehmen Sie nun an, die Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Umweltzustände sei unbekannt. Bestimmen Sie jetzt die optimale Aktion nach dem Hurwicz-Prinzip ($\lambda = 0,7$).

Wahrscheinlichkeiten	0,3	0,3	0,4
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	-2	-4	-12
a2	-5	6	2
a3	1	2	8
a4	4	5	2

(30 Punkte)

Rückseite beachten!

Aufgabe 2

Das Management eines Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3, 4 = T$ Jahren die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss es die Höhe der Entnahmen (a_t) festlegen.

Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = \frac{3}{2} \cdot (Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind

die Entnahmen a_t festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Vervollständigen Sie die Rückwärtsrechnung zur Bestimmung der optimalen Strategie, wenn die Zwischenergebnisse (der Rückwärtsrechnung) lauten:

$$a_4^* = z_3, \quad u_4^* = \sqrt{z_3}, \quad a_3^* = \frac{2}{5} \cdot z_2, \quad u_3^* + u_4^* = \sqrt{\frac{5}{2} \cdot z_2}, \quad a_2^* = \frac{4}{19} \cdot z_1$$

Wie lautet das Ergebnis der Vorwärtsrechnung, wenn $Z_0 = 520$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität der zu maximierenden Funktion, so dass sich die Berechnung der zweiten Ableitung erübrigt.

(20 Punkte)