

Klausur im Fach
Wirtschaftsmathematik
 (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzips mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln((x^2 + 1)^2)$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente aller vier Aktionen a_i und vergleichen Sie sie mit den Erwartungswerten $E(X|a_i)$. Entscheiden Sie, ob die einzelnen Aktionen risikofreudig und welche risikoscheu bewertet werden. Welche dieser Vergleiche können das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen, welche nicht (Begründung)?
- e) Nehmen Sie nun an, die Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Umweltzustände sei unbekannt. Bestimmen Sie jetzt die optimale Aktion nach dem Hurwicz-Prinzip ($\lambda = 0,4$).

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,2	0,6
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,4	0,9	0,7
a2	1,4	1,5	2,0
a3	0,3	1,0	1,4
a4	2,0	1,2	0,6

(28 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3, 4 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 2(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Es sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3, 4$) so festzulegen, dass der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ mit

$u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Führen Sie die beiden letzten Schritte der

Rückwärtsrechnung und die vollständige Vorwärtsrechnung zur Bestimmung der optimalen Strategie durch, wenn $Z_0 = 15$ gegeben ist. Die Zwischenergebnisse der Vorwärtsrechnung lauten:

$$a_4^* = z_3, \quad u_4^* = \sqrt{z_3}, \quad a_3^* = \frac{1}{3} \cdot z_2, \quad u_3^* + u_4^* = \sqrt{3 \cdot z_2},$$

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität der zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung der zweiten Ableitungen erübrigt.

(22 Punkte)