

Klausur im Fach Wirtschaftsmathematik (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln(1 + x^3)$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a_3 und a_4 und vergleichen Sie sie mit dem Erwartungswerten $E(X|a_3)$ und $E(X|a_4)$. Entscheiden Sie, ob diese Aktionen risikofreudig oder risikoscheu bewertet werden. Begründen Sie, warum dieser Vergleich nur für die Aktion a_3 das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen kann.
- e) Nehmen Sie nun an, die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände Z_1 , Z_2 , und Z_3 seien unbekannt. Bestimmen Sie nun die Reihenfolge der Aktionen mit Hilfe der Hurwicz – Regel ($\lambda = 0,5$). Ändert sich die Reihenfolge der Aktionen bei einer anderen Wahl von λ aus dem Bereich $0 < \lambda < 1$ (Begründung)?

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,2	0,6
Zustände	Z_1	Z_2	Z_3
Aktionen			
a_1	0,4	0,8	1,2
a_2	1,4	1,5	2,0
a_3	1,5	2,0	1,4
a_4	2,0	1,2	1,0

(30 Punkte)

Aufgabe 2

Das Management eines gemeinnützigen Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss es die Höhe der Entnahmen für karitative Zwecke (a_t) festlegen. Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 1,5 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 76$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(20 Punkte)