

Klausur im Fach Wirtschaftsmathematik (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen plant die Errichtung eines neuen Produktionsstandortes. Als entscheidungsrelevante Zielmerkmale haben sich M1 (Betriebskosten in Mio. EUR pro Jahr), M2 (Steuerbelastung in Mio. EUR pro Jahr) und M3 (mittlere Entfernung zu den Absatzmärkten, gemessen in Mio. Tonnenkilometern pro Jahr) herausgestellt. Die Werte dieser Zielmerkmale für die vier in Betracht kommenden Standorte (S1, S2, S3, S4) sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Merkmal	M1	M2	M3
Standort			
S1	10	4	2
S2	8	5	4
S3	12	9	2
S4	11	10	3

- a) Klassifizieren Sie dieses Entscheidungsproblem.
- b) Bestimmen Sie den optimalen Standort, wenn die Zielvariablen (bei der gegebenen Skalierung) im Verhältnis 3:2:1 gewichtet werden sollen und der ideale Standort bei allen Zielvariablen möglichst geringe Werte aufweisen sollte. (8 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risiko-

nutzenfunktion $U(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bestimmen Sie die optimale Aktion, wenn sich das Unternehmen gemäß der o.g. Risikonutzenfunktion entscheidet.

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,3	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,25	0	0,5
a2	3	2	4
a3	2	4	3
a4	0,5	1	6,25

Rückseite beachten!

- d) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a_1 und a_4 und vergleichen Sie sie mit den Erwartungswerten $E(X|a_1)$ und $E(X|a_4)$ und entscheiden Sie, ob diese Aktionen risikofreudig oder risikoscheu bewertet werden. Begründen Sie, warum dieser Vergleich nur für die Aktion a_1 das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen kann.

(24 Punkte)

Aufgabe 3

Ein Unternehmer plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung seines Bruttogewinns (Z_{t-1}) für eigenen Konsum (a_t) und Reinvestitionen ($Z_{t-1} - a_t$). Die Höhe des Bruttogewinns ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 2(Z_{t-1} - a_t)$ aus den Reinvestitionen. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 28$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(18 Punkte)