

Klausur im Fach
Wirtschaftsmathematik
 (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel: Keine Beschränkungen!

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risikonutzenfunktion $U(x) = \ln(1 + x^2)$ ($x \geq 0$).

- a) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- b) Bewerten Sie mit der gegebenen Risikonutzenfunktion die in der folgenden Tabelle (Werte der Zielvariablen X bei den verschiedenen Zuständen und Aktionen) dargestellte Entscheidungssituation:

Wahrscheinlichkeiten	0,5	0,3	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a_1	1	0	0,5
a_2	2	3	4
a_3	2	4	3
a_4	2,5	2,5	2,5

- c) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a_1 und a_3 und vergleichen Sie sie mit den Erwartungswerten $E(X|a_1)$ und $E(X|a_3)$. Begründen Sie, warum diese Vergleiche das Ergebnis von Teilaufgabe a) bestätigen.
- d) Nehmen Sie nun an, die Eintrittswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Umweltzustände seien unbekannt. Bestimmen Sie jetzt die optimale Aktion mit Hilfe der Hurwicz-Regel ($\lambda=0,6$). (28 Punkte)

Aufgabe 2

Der Betreiber eines Bioreaktors startet die Züchtung einer Bakterienkultur mit einer Anfangspopulation von $Z_0 = 73$ (Gramm). Zu den Zeitpunkten $t = 1, 2, 3 = T$ kann er einen Teil, a_t , der Bakterien entnehmen und verkaufen. Das Wachstum der Bakterienkultur zwischen den Zeitpunkten $t-1$ und t wird durch die Gleichung $Z_t = 8 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$ beschrieben. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen des Betreibers $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(22 Punkte)