

Klausur im Fach
Wirtschaftsmathematik
 (Entscheidungstheorie)

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur und Grafikdisplay.

Aufgabe 1

Ein Unternehmen entscheidet in Risikosituationen gemäß des Bernoulliprinzip mit der Risiko-

nutzenfunktion $U(x) = \frac{3 \cdot x^2}{x^2 + 2}$ (x nehme nur nichtnegative Werte an).

- a) Zeigen Sie, dass die Risikonutzenfunktion stetig und streng monoton steigend ist.
- b) Für welche Werte von x verhält sich das Unternehmen risikofreudig und für welche risikoscheu?
- c) Betrachten Sie nun die in der folgenden Tabelle dargestellte Entscheidungssituation. Bewerten Sie die aufgeführten Aktionen mit der gegebenen Risikonutzenfunktion und bestimmen Sie die resultierende Reihenfolge der Aktionen.
- d) Bestimmen Sie die Sicherheitsäquivalente aller Aktionen und vergleichen Sie sie mit den zugehörigen Erwartungswerten. Entscheiden Sie, welche diese Aktionen risikofreudig bzw. risikoscheu bewertet wird. Welche dieser Vergleiche können das Ergebnis von Teilaufgabe b) bestätigen, welche nicht (Begründung).
- e) In Teilaufgabe c) hat sich die Aktion a2 als optimal erwiesen. Kann sich dieses Ergebnis ändern, wenn andere Eintrittswahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Umweltzustände gewählt werden? Welchen Einfluss hätte die Auswahl einer anderen (streng monotonen) Risikonutzenfunktion auf die Optimalität von a2?

Wahrscheinlichkeiten	0,4	0,4	0,2
Zustände	Z1	Z2	Z3
Aktionen			
a1	0,5	0,9	1,7
a2	1,2	1,5	2,0
a3	0,6	1,0	1,4
a4	1,0	1,2	1,6

(15 Punkte)

Aufgabe 2

Das Management eines gemeinnützigen Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Perioden die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss es die Höhe der Entnahmen für karitative Zwecke (a_t) festlegen. Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 2 \cdot (Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 7.000.000$ € gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(10 Punkte)