

Klausur im Fach
Wirtschaftsmathematik
 (Entscheidungstheorie)

- 1) Ein Unternehmen bewertet zukünftige Investitionen nach den Kriterien Kundenzufriedenheit (M I), Mitarbeiterzufriedenheit (M II) und Umsatz (M III). Für vier alternative Investitionsprojekte (Aktionen) a_1, a_2, a_3, a_4 sind in der folgenden Tabelle die zu erwartenden Werte für die Zielmerkmale zusammengestellt.

Werte der Zielmerkmale bei alternativen Projekten

Merkmal	M I	M II	M III
Aktion			
a_1	sehr gering	mittel	31 Mio DM
a_2	gering	hoch	41 Mio DM
a_3	sehr hoch	gering	24 Mio DM
a_4	hoch	mittel	52 Mio DM

- a) Ordnen Sie die Zielmerkmale den verschiedenen Merkmalstypen (metrisch (verhältnis-, intervallskaliert), komparativ, klassifikatorisch) zu.
 b) Welche der vier Aktionen sind effizient, welche ineffizient?
 c) Die Entscheidung soll nach der Scoring-Methode erfolgen. Dabei sollen für die einzelnen Zielmerkmale die folgenden Punktwerte vergeben werden:

	$x_{i1} = \text{"sehr gering"} \rightarrow 0P.$
	$x_{i1} = \text{"gering"} \rightarrow 2P.$
M I:	$x_{i1} = \text{"mittel"} \rightarrow 4P.$
	$x_{i1} = \text{"hoch"} \rightarrow 8P.$
	$x_{i1} = \text{"sehr hoch"} \rightarrow 12P.$
	$x_{i2} = \text{"gering"} \rightarrow 0 P.$
M II:	$x_{i2} = \text{"mittel"} \rightarrow 2 P.$
	$x_{i2} = \text{"hoch"} \rightarrow 4 P.$
	$x_{i3} \leq 20 \text{ Mio DM} \rightarrow 0 P.$
	$20 \text{ Mio DM} < x_{i3} \leq 30 \text{ Mio DM} \rightarrow 3 P.$
M III	$30 \text{ Mio DM} < x_{i3} \leq 45 \text{ Mio DM} \rightarrow 6 P.$
	$45 \text{ Mio DM} < x_{i3} \rightarrow 9 P.$

Bestimmen Sie mit diesen Informationen die optimale Aktion.

(12 Punkte)

Rückseite beachten!

2) Für einen Entscheidungsträger gelte die Risikonutzenfunktion

$$U(x) = \begin{cases} x^3 & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 + \ln x & \text{für } x \geq 1 \end{cases} \quad (x \geq 0).$$

a) Für welche Bereiche verhält sich der Entscheidungsträger risikofreudig bzw. risikoscheu?

b) Welche der in der folgenden Tabelle dargestellten Aktionen ist optimal, wenn Sie die Aktionen mit der o.g. Risikonutzenfunktion bewerten?

Wahrscheinlichkeiten	0,2	0,3	0,5
Zustände	Z_1	Z_2	Z_3
Aktionen			
a_1	0	1	1
a_2	0,2	0,3	0,5
a_3	3	1	4
a_4	2	3	3

c) Berechnen Sie die Sicherheitsäquivalente der Aktionen a_2 und a_4 und vergleichen Sie sie mit den Erwartungswerten $E(X|a_2)$ bzw. $E(X|a_4)$. Begründen Sie, warum diese Vergleiche das Ergebnis der Teilaufgabe a) bestätigt. (18 Punkte)

3) Der Manager eines gemeinnützigen Fonds plant mit einem Horizont von $t = 1, 2, 3 = T$ Jahren die Verwendung des Fondsvermögens (Z_{t-1}). Dazu muss er die Höhe der Entnahmen für karitative Zwecke (a_t) festlegen. Die Entwicklung des Fondsvermögens ergibt sich gemäß der Formel $Z_t = 3(Z_{t-1} - a_t)$. Wie sind die Entnahmen a_t ($t = 1, 2, 3$) festzulegen, wenn der Gesamtnutzen $u_1 + u_2 + u_3$ mit $u_t = U(a_t) = \sqrt{a_t}$ maximiert werden soll. Bestimmen Sie durch Rückwärts- und Vorwärtsrechnung die optimale Strategie, wenn $Z_0 = 13$ gegeben ist.

Hinweis: Unterstellen Sie Konkavität aller zu maximierenden Funktionen, so dass sich die Berechnung zweiter Ableitungen erübrigt.

(20 Punkte)