

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
(Dynamische Optimierung und Stabilität)

1) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der linearen Differenzengleichung

$$y_{t+2} - 2 \cdot y_{t+1} + 0,75 \cdot y_t = 0,5^t$$

und geben Sie an, unter welchen Bedingungen sie (für $t \rightarrow \infty$) konvergiert. (16 Punkte)

2) Gegeben sei die lineare Differentialgleichung

$$y''(t) + 6 \cdot y'(t) + 13 \cdot y(t) = 65.$$

a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung und untersuchen Sie sie auf Konvergenz.

b) Bestimmen Sie die Lösung $\hat{z}$ dieser Differentialgleichung mit den Anfangswerten

$$\hat{z}(0) = 6 \text{ und } \hat{z}'(0) = -1. \quad (18 \text{ Punkte})$$

3) Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktional

$$V(y) = \int_0^2 y^2 - y\dot{y} + \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 2$ und $y(2) = e^2 + 1/e^2$ ($e = 2,718\dots$). (16 Punkte)