

Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften

Dynamische Optimierung und Stabilität

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Gegeben sei die inhomogene lineare Differenzengleichung

$$y_{t+2} - \frac{2}{3} \cdot y_{t+1} + \frac{5}{9} \cdot y_t = \frac{8}{9}.$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzengleichung und untersuchen Sie sie auf Konvergenz.
- b) Berechnen Sie die Lösung $\tilde{z}_t^*$ dieser Differenzengleichung mit den Startwerten $\tilde{z}_0^* = \tilde{z}_1^* = 1$.
(16 Punkte)

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare Differenzialgleichungssystem

$$\dot{y}_1 = y_1 - 3 \cdot y_2 + 1$$

$$\dot{y}_2 = -3 \cdot y_1 + y_2 + 5$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieses Systems und untersuchen Sie sie auf Konvergenz.
- b) Überprüfen Sie das Ergebnis der Teilaufgabe a) durch eine Phasendiagramm-Analyse.
(20 Punkte)

Aufgabe 3

Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktional

$$V(y) = \int_0^1 y^2 + \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 1$ und $y(1) = e^{-1} = \frac{1}{e}$.

(14 Punkte)