

Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
Dynamische Optimierung und Stabilität

1) Gegeben sei die inhomogene lineare Differenzengleichung

$$y_{t+2} - y_{t+1} + 0,5 \cdot y_t = 0,5^t.$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzengleichung und untersuchen Sie sie auf Konvergenz. (15 Punkte)

2) Gegeben sei das lineare Differentialgleichungssystem

$$\dot{y}_1 = -2 \cdot y_1 + y_2 + 1$$

$$\dot{y}_2 = y_1 - 2 \cdot y_2 + 1$$

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieses Systems und zeigen Sie, daß jede Lösung konvergiert.

b) Überprüfen Sie das Ergebnis der Teilaufgabe a) durch eine Phasendiagramm-Analyse. (20 Punkte)

3) Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktional

$$V(y) = \int_0^{1/2} y^2 + 2 \cdot y \cdot \dot{y} + \frac{1}{4} \cdot \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 1$ und $y(1/2) = 1/e$.

(15 Punkte)