

Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften**Dynamische Optimierung und Stabilität****Bearbeitungszeit: 60 Minuten**

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur und Grafikdisplay

Aufgabe 1Gegeben sei die inhomogene lineare Differenzengleichung $y_{t+2} - y_{t+1} + \frac{2}{9} \cdot y_t = 2$.

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzengleichung und untersuchen Sie ihr Konvergenzverhalten.
- Berechnen Sie die Lösung $\hat{z}_t$ dieser Differenzengleichung, mit den Startwerten $\hat{z}_0 = 11$ und $\hat{z}_1 = 10$. (8 Punkte)

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare Differenzialgleichungssystem

$$\dot{y}_1 = -\frac{3}{2} \cdot y_1 + \frac{1}{2} \cdot y_2 + 4$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{2} \cdot y_1 - \frac{3}{2} \cdot y_2$$

- Berechnen Sie die allgemeine Lösung dieses Systems und untersuchen Sie sie auf Konvergenz.
- Überprüfen Sie das Ergebnis der Teilaufgabe a) durch eine Phasendiagrammanalyse. (10 Punkte)

Aufgabe 3

Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktionals

$$V(y) = \int_0^1 2 \cdot y \cdot e^t + y^2 + \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 1$ und $y(1) = \frac{3}{2}e$ Hinweis: Die Funktion $\tilde{z}^*(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot e^t$ ist eine partikuläre Lösung der in dieser Aufgabe auftretenden Differenzialgleichung.

(7 Punkte)