

Klausur im Fach
Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
(Dynamische Optimierung und Stabilität)

1) Gegeben sei das System aus zwei linearen Differenzengleichungen

$$y_{1,t+1} = \frac{1}{2} \cdot y_{1,t} + \frac{1}{4} \cdot y_{2,t} + 1$$

$$y_{2,t+1} = \frac{1}{4} \cdot y_{1,t} + \frac{1}{2} \cdot y_{2,t} - 1.$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieses Differenzengleichungssystems.
b) Zeigen Sie, daß jede Lösung dieses Systems konvergiert, und geben Sie den gemeinsamen Grenzwert aller Lösungen an. (18 Punkte)

2) Gegeben sei die homogene lineare Differentialgleichung

$$y''(t) - 2 \cdot y'(t) - 3 \cdot y(t) = 0.$$

- a) Bestimmen Sie die Lösung dieser Differentialgleichung mit den Anfangswerten $y(0) = y'(0) = 1$.
b) Ist die unter Teilaufgabe a) bestimmte Lösung konvergent (für $t \rightarrow \infty$)? Gibt es konvergente Lösungen? Wenn ja, geben Sie eine an. (16 Punkte)

3) Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktionals

$$V(y) = \int_0^2 t^2 + \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 0$ und $y(2) = 4$.

(16 Punkte)