

Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften

Dynamische Optimierung und Stabilität

Zugelassene Hilfsmittel sind

- beliebige handschriftliche oder gedruckte Unterlagen,
- nicht programmierbarer Taschenrechner ohne vollständige alphanumerische Tastatur.

Aufgabe 1

Gegeben sei die inhomogene lineare Differenzengleichung

$$y_{t+2} - 2 \cdot y_{t+1} + 0,75 \cdot y_t = 0,5^t.$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzengleichung und untersuchen Sie sie auf Konvergenz.
- b) Berechnen Sie die Lösung $\tilde{z}_t^*$ dieser Differenzengleichung mit den Startwerten $\tilde{z}_0^* = 1$ und $\tilde{z}_1^* = -0,5$. (16 Punkte)

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare Differenzialgleichungssystem

$$\dot{y}_1 = y_1 - y_2 - 1$$

$$\dot{y}_2 = -y_1 - y_2 + 1$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieses Systems.
- b) Geben Sie eine konvergente und eine divergente Lösung dieses Systems an.
- c) Überprüfen Sie das Ergebnis der Teilaufgabe a) durch eine Phasendiagramm-Analyse. (20 Punkte)

Aufgabe 3

Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktionals

$$V(y) = \int_0^2 \dot{y}^2 - y\dot{y} - 2t\dot{y} dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 1$ und $y(2) = 5$ (14Punkte)