

Formale Modelle und Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
Dynamische Optimierung und Stabilität

Zugelassene Hilfsmittel: Keine Beschränkungen!

1) Gegeben sei die inhomogene lineare Differenzengleichung

$$y_{t+2} - y_{t+1} + \frac{13}{36} \cdot y_t = 1.$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzengleichung und untersuchen Sie sie auf Konvergenz. (15 Punkte)

2) Gegeben sei das lineare Differenzialgleichungssystem

$$\dot{y}_1 = -y_1 + y_2 + 2$$

$$\dot{y}_2 = y_1 + y_2 - 2$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieses Systems.
- b) Geben Sie eine konvergente und eine divergente Lösung dieses Systems an.
- c) Überprüfen Sie das Ergebnis der Teilaufgabe a) durch eine Phasendiagramm-Analyse. (20 Punkte)

3) Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung das Extremal des Funktional

$$V(y) = \int_0^{\pi/2} y^2 - \dot{y}^2 dt$$

bei den Nebenbedingungen $y(0) = 1$ und $y(\pi/2) = 0$. (15 Punkte)