Berlin
Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung

TransKiGs
Stärkung der Bildungs- und Erziehungsqualität in Kindertageseinrichtungen und Grundschule
Gestaltung des Übergangs

Handreichung

Schulanfangsphase Mathematik

TransKiGs Berlin

Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg
Otto-Friedrich-Universität Bamberg

2009

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Vorwort

Das Projekt TransKiGs Berlin hat sich in den vergangenen Jahren intensiv mit mathematischer Frühförderung und dem mathematischen Anfangsunterricht in der Schulanfangsphase beschäftigt. Während der wissenschaftlichen Begleitung wurden diverse Vorträge gehalten und Workshops gestaltet, in denen vielfältige Themenfelder in diesem Bereich mit den Teilnehmenden diskutiert werden konnten. Die Grundideen dieser Beiträge werden hiermit für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern zur Verfügung gestellt.

Neben den mathematischen Grundlagen wurde vor allem die Dokumentation von Lernprozessen, die in der im Projekt implementierten Lerndokumentation Mathematik eine neue Möglichkeit erhalten kann, in den Mittelpunkt gestellt.

Die Lerndokumentation Mathematik bietet durch ausführliche Anregungsmaterialien der Kolleginnen aus Berlin viele weitere, praxiserprobte Hinweise und Unterstützungen für den mathematischen Anfangsunterricht.

Die vorliegende Handreichung ist als Ergänzung der Lerndokumentation Mathematik mitsamt Anregungsmaterialien zu verstehen. In den hier vorliegenden Modulen, die Seminarsitzungen und Workshops zugrunde gelegt oder auch im Selbststudium erarbeitet werden können, sind die Inhalte und Problemstellungen, die in der Projektarbeit und von den Beteiligten nachgefragt wurden, kompakt dargestellt.

Innerhalb der Module werden jeweils Grundlagen zum Themenfeld dargelegt. Dabei kommen auch Literaturangaben, die zum Weiterlesen verlocken sollen, nicht zu kurz. Schließlich werden jeweils auch Denkanstöße vorgeschlagen, die individuell oder auch in Seminaren und Workshops Diskussionen und weiteren Auseinandersetzungen mitunter provokativ anregen wollen.

A. S. Steinweg

Prof. Dr. A. S. Steinweg

Didaktik der Mathematik & Informatik
Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Modul 1 Mathematische Schlaglichter

Grundlage der Planung von Mathematikunterricht und mathematischer Frühförderung ist ein inneres „Bild von Mathematik“. Dieses Bild prägt die eigene Einstellung zum Fach und wirkt sich demnach in der Interaktion mit den Lernenden ebenso aus wie in der Organisation von Lerngelegenheiten. Es ist wichtig, die eigene Vorstellung von Mathematik immer mal wieder kritisch zu überprüfen.

In der aktuellen Forschung steht es außer Frage, dass Mathematik als „Geisteshaltung“ (FREUDENTHAL 1982) und Tätigkeit gesehen wird. Nicht die fixierten, formalen Ausdrücke sind „die Mathematik“, sondern die Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen und die Haltung gegenüber mathematischen Problemen.

Denkanstoß

Was kommt in meinen Kopf, wenn ich *Mathematik* höre?

Bilder, Wörter, Emotionen?

Auch die eigene Grundeinstellung zum Lernen sollte Gegenstand der inneren Diskussion oder auch der Auseinandersetzung in Kollegien und gegenüber Eltern sein. Dabei sind zwei wesentliche Gegenpole auszumachen.

Zum einen die Sicht auf Lernen als mühselige Tätigkeit, die eine Belohnung (Lob, gesammelte „Gut gemacht“ Stempel, gute Noten etc.) erfordert oder in Vermeidung von negativen Folgen (schlechte Noten, Schelte etc.) seine Motivation findet. Diese Art des Lernens ist durchaus effektiv. Lernerfolge stellen sich schnell und kurzfristig ein. Leider verblassen erlernte Inhalte aber ebenso schnell. Auf die Spitze getrieben sollte man sich bewusst sein, dass ein derartiges Lernen auch bei Hunden (Pawlow) und Tauben (Skinner) gelingt. Lernende verhalten sich demzufolge wie diese Tiere, die speichelleckend wie kleine Hunde die Motivationsstempel erwarten oder aber aus Angst -nicht vor Stromschlägen, aber vor schlechten Noten- wie die Täubchen die anstehenden mathematischen Aufgaben erledigen.

Zum anderen legt der Gegenpol der Sicht auf Lernen Wert auf die eigenaktive und kreative Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen. In der Auseinandersetzung mit der Umwelt knüpfen die Lernenden individuell an ihren Wissensnetzen an (WITTMANN 1991, 1997), die sich in den inneren Verknüpfungen widerspiegeln. Ebenso gehören auch die soziale Auseinandersetzung und der interaktive Austausch der inneren Vorstellungen und Verknüpfungen wesentlich zu dieser Sicht des Lernens (STEINBRING 2000). Da Lernerfolge mitunter eine Umstrukturierung der eigenen Vorstellungen voraussetzen, geschieht Lernen in Schüben, Sprüngen und auch auf Umwegen. Die Effizienz dieser Art des Lernens liegt in der tiefen Verankerung des Erarbeiteten und Erlernten individuell in den eigenen Gedanken.

Kompetenzen – Kenntnisse, Fertigkeiten, und Fähigkeiten

Heute werden die Lernerträge zumeist als Kompetenzen bezeichnet, die Lernende vorweisen können. Diese sind neben der Trennung in inhaltliche und allgemeine Fachkompetenzen auch noch weiter differenziert zu betrachten.

Je nach „Typ“ der Kompetenzen, die Lernsituationen anregen sollen, sind auch unterschiedliche Organisationsvorbereitungen notwendig. Grundsätzlich kann unterschieden werden zwischen Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnissen.

Kenntnisse, die in der Schule erworben werden, sind z.B.

- Begriffe in der Geometrie (Dreieck, Würfel …)
- Größen (m, cm, l, kg …) und Größenbeziehungen (1m = 100cm)
- Zahlreihe (Vorgänger von 4, Nachfolger von 2, …)
- 1+1 und 1x1 (in der Automatisierungsphase, also *nach* dem verstehenden Lernen)

Es versteht sich von selbst, dass Konventionen wie z.B. die Benennung von geometrischen Objekten, nicht „entdeckt“ werden können; auch wenn sich manche Begriffe aus den Eigenschaften der Objekte ergeben (Viereck).

Handlungen und Tätigkeiten, die bestimmten, auch durchaus konventionell festgelegten Strukturen folgen, liegen in den Fertigkeiten, die erworben werden, z.B.

- Rechenoperationen verstehen und ausführen
- schriftliche Rechenverfahren
- geometrische Konstruktionen (Strecken zeichnen, Schrägbilder lesen und zeichnen …)

Fertigkeiten müssen zunächst probierend erprobt und dann zunehmend geübt werden. Die individuellen Zugänge können dabei im Austausch auf Effizienz und weitere Möglichkeiten hin überprüft werden.

Von besonderer Bedeutung sind die Fähigkeiten, die der Mathematikunterricht geeignet unterstützen möchte. Hierbei handelt es sich um die Kompetenzen

- Argumentieren
- Kreativität
- (Zusammenhänge und Strukturen) Entdecken
- Begründen und Beweisen
- Mathematisieren
- Formulieren

Die Ansprüche an Lernorganisation auf Seiten der Lehrenden und Aktivität auf Seiten der Lernenden sind demnach vielfältig. Unter Beachtung der Unterscheidung von Kenntniserwerb, Fertigkeitsausbildung oder Fähigkeitsschulung, kann Unterrichtsorganisation sowie die Reaktion auf Lernentwicklungen differenziert erfolgen.

Lange Zeit war der Grundschulunterricht Mathematik als Rechenunterricht gekennzeichnet. Heute ist es selbstverständlich die Mathematik weiter zu fassen und die wesentlichen allgemeinen und inhaltlichen Grundideen von Anfang an in den Blick zu nehmen.

Leseverlockungen

Freudenthal, H. (1982) „Mathematik - eine Geisteshaltung“ *Grundschule*, Heft 4: 140 - 142

Steinbring, H. (2000) „Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion – Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung“ *Journal für Mathematik–Didaktik*, Jg. 21 Heft 1: 28 – 49

Wittmann , E. (1997) „Die lernpsychologische Position: Mathematiklernen auf natürliche Weise“ *10 Jahre „mathe 2000“ – Bilanz und Perspektiven*. Düsseldorf: Klett

Wittmann, E. (1991) „Wider die Flut der ‚bunten Hunde‘ und der ‚grauen Päckchen‘: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens“ In: Wittmann, E. und G. Müller (Hrsg.) *Handbuch Produktiver Rechenübungen. Band 1*. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig: Klett: 157 - 171

a. Mathematische Schlaglichter – Arithmetik

In unserem Zahlsystem verwenden wir Zahlen als Ziffern von 0 bis 9 in einem Stellenwertsystem. Diese Errungenschaft ist ursprünglich indisch und hängt mit der Entdeckung der Null als Platzhalter für nicht besetzte Stellen zusammen. Erst ab dem 16. Jahrhundert, zur Zeit von Adam Ries, wurde das Rechnen mit Ziffern zunehmend akzeptiert, da der Null lange Zeit der Ruch des Unheimlichen oder Teuflischen anhaftete. Bis zu dieser Zeit wurden römische Zahlzeichen verwandt und auf Rechenbrettern gerechnet (SELTER 2005).

Mit den zehn Ziffern, die im Laufe der Schulanfangsphase (SAPh) als Schriftzeichen erlernt werden, können alle Zahlen notiert werden. Je nachdem wo die Ziffer notiert wird, kann sie die Anzahl von Einern, Zehnern, Hundertern etc. kennzeichnen. Die so im Stellenwertsystem notierten Zahlen sind dann auch für mechanisches Rechnen im Sinne von Algorithmen geeignet, die sich in den schriftlichen Rechenverfahren wiederfinden und erst nach der Schulanfangsphase unterrichtlich thematisiert werden.

Die schriftlichen Verfahren nutzen Zahlen als Ziffernfolgen und reduzieren den Rechenaufwand grob auf die Kenntnisse des Einspluseins und Einmaleins. Diese Kenntnisse werden in den ersten Schulbesuchsjahren erworben.

Fast noch wichtiger als dieses Faktenwissen ist jedoch der Ausbau eines Zahlensinns und eines Verständnisses vom Wesen der Zahlen in ihren Grundeigenschaften. Im Bereich der Zahlen sind zwei grundsätzliche Vorstellungen gemeinsam mit den Kindern aufzubauen. Zum einen die Sicht auf Zahlen als ordinale Zählzahlen, die in einer festen Reihenfolge aufeinander folgen, und auf Zahlen als kardinale Mengenanzahlen.

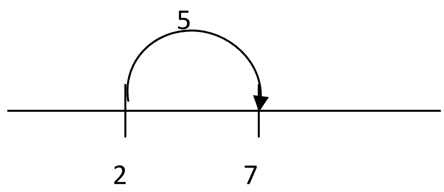
Beide Sichtweisen sollten von Anfang an bei der Erkundung der Zahlen und ihrer Beziehungen sowie bei den Operationen beachtet und auch gezielt thematisiert werden.

Ordinale Vorstellungswelt

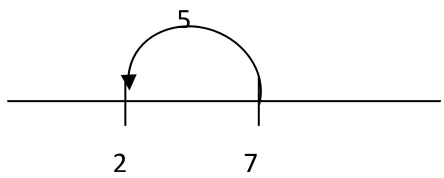
Die Zahlreihe betont den so genannten ordinalen Zahlaspekt, auch Ordnungszahl genannt. Auch wenn zunächst die Zahlreihe wie ein Alphabet auftritt, so ist es doch zunehmend wichtig, die Zahlreihe zu verinnerlichen. Dann erst kann es gelingen Kompetenzen im flexiblen Zählen –rückwärts zählen, ab einer bestimmten Startzahl zählen, in Schritten zählen etc.– aufzubauen.

Die Grundoperationen in der Vorstellungswelt der ordinalen, linearen Anordnung sehen im Einzelnen an einem Rechenstrich (als Darstellung dieser Ordnung) wie folgt aus:

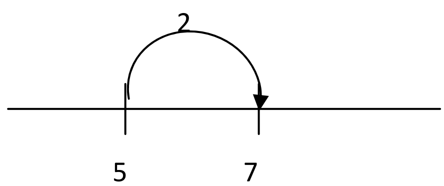
Addition als Schritt nach rechts
2 + 5 = 7



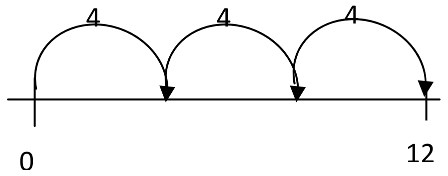
Subtraktion als Schritt nach links
7 – 5 = 2



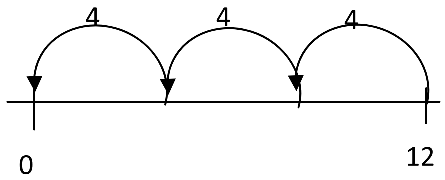
Subtraktion als Ergänzung
7 – 5 = 2 gelesen als 5 + ___ = 7



Multiplikation als mehrere Schritte gleicher Größe (Sprünge) nach rechts
$3 \cdot 4 = 12$
zeitlich-sukzessiver Aspekt der Multiplikation: 3 mal 4 Blumen kaufen



Division als Einteilung einer Strecke in kleinere Strecken / Sprünge nach links
$12 : 4 = 3$
Aspekt des Aufteilens der Division:
12 in 4er teilen



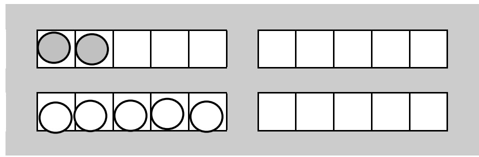
Kardinale Vorstellungswelt

Maßgeblich für die Nutzung von Kardinalzahlen als Rechenzahlen ist eine strukturierte Zahlerfassung. Eine ungeordnete Menge von Objekten eignet sich nur zum Abzählen im Sinne einer Eins-zu-Eins-Zuordnung, die quasi einen Zahlenstrahl wie eine Schlange über die Objekte legt. Dies bringt keine Vorteile für eine Rechnung mit dieser Zahl.

In der Arithmetik ist es von großer Bedeutung, Mengen nicht ausschließlich zählend zu bestimmen und zu vergleichen, sondern zunehmend Strukturen zum Zählen bzw. zur quasi-simultanen Anzahlbestimmung zu nutzen. Dabei ist gerade im Anfangsunterricht auch die Darstellung der Zahlen mit den Fingern, die nicht nacheinander zählend ausgestreckt werden, eine hilfreiche und effektive Möglichkeit (STEINWEG 2009).

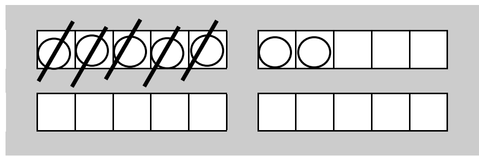
Die Grundoperationen *in dieser Vorstellungswelt* der strukturierten Mengenbilder sehen im Einzelnen wie folgt aus:

Addition als Hinzufügen von Objekten
$2 + 5 = 7$

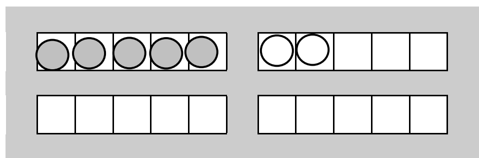


Analog in Fingerbildern:
Das 2er-Bild und 5er-Bild im Kopf oder konkret zusammensetzen und als 7er-Bild identifizieren.

Subtraktion als Wegnehmen von Objekten $7 – 5 = 2$

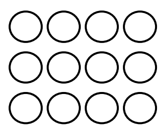


Subtraktion als Ergänzen von Objekten
$7 – 5 = 2$ gelesen als $5 + \_\_\_ = 7$

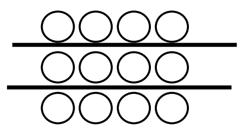


Analog in Fingerbildern:
Das 5er-Bild und 7er-Bild im Kopf oder konkret vergleichen und den Unterschied (Differenz; hier 2er-Bild) erkennen.

Multiplikation als strukturierte Felder
$3 \cdot 4 = 12$
räumlich-simultaner Aspekt der Multiplikation: 3 mal 4 Blumen im Beet

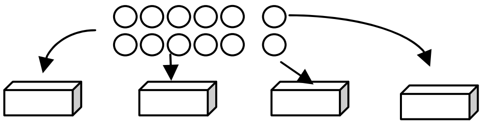


Division als Teilung von strukturierten Feldern
$12 : 4 = 3$
Aufteilen-Aspekt der Division: 12 in 4er aufteilen



Division als Verteilen von Objekten – hier ist allerdings die Struktur der Ausgangsmenge relativ unerheblich– 12 : 4 = 3

Verteilen-Aspekt der Division: 12 auf 4 (Kisten) verteilen

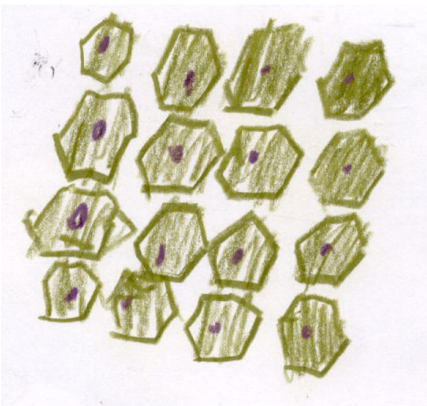


Vorstellungen thematisieren

Mentale Vorstellungen bilden die Grundlage der Überlegungen und Lösungsstrategien der Kinder. Sie sind oftmals nicht öffentlich und können demzufolge nicht in Reflexionen über die Strategien aufgegriffen werden.

Eine schlichte Möglichkeit, nah an die inneren Bilder heranzukommen, ist es, die Kinder zu bitten, Bilder zu bestimmten Aufgaben zu zeichnen.

4 · 4 in zeitlich-sukzessiver Darstellung
Abb. 1



4 · 4 in räumlich-simultaner Darstellung
Abb. 2

Diese äußeren Bilder (Abb. 1 und 2) spiegeln nicht zwingend die tatsächlichen Vorstellungen wider. Sie bieten aber einen Diskussionsanlass, ob z.B. ‚schnell' von anderen erkannt werden kann, welche Aufgabe dargestellt und welche Lösungsmöglichkeiten zur Ergebnisfindung sich durch das Bild anbieten.

Denkanstoß
Was stellen sich die Kinder meiner Lerngruppe wohl vor,
wenn sie 3 + 5 berechnen
oder an 4 · 5 denken?

Rechenkompetenz entwickeln

Der Weg zur Rechenkompetenz (STEINWEG 2002) beinhaltet verschiedene Stationen, die über alle Schuljahre hinweg notwendig sind und bei jeder neuen Rechenoperation erneut von vorne beginnen.

Im ersten Schritt gilt es eigene Rechenwege und individuelle Möglichkeiten des Lösens einer Aufgabe zu finden. Das beginnt bereits bei Aufgaben wie 6+7, wie KRAUTHAUSEN (1995) eindrücklich beschreibt. Neben der individuellen Möglichkeit sollte auch der Austausch über verschiedene Wege, im Sinne des „Rechne wie" thematisiert werden, das bereits KÜHNEL (1916) eingefordert hat. Wenn die Rechenwege der anderen kennengelernt werden können, kann ich neue Möglichkeiten entdecken und diese ggf. in mein eigenes Repertoire aufnehmen. Letztlich geht es darum, dem Prinzip „Rechne geschickt" zunehmend näher zu kommen. Eine Strategie kann je nach Aufgabe geschickt oder ungeschickt sein. So ist es z.B. weniger geschickt 100 – 98 schrittweise im Abziehverfahren zu lösen als ein Ergänzungsverfahren anzuwenden. Das Ergänzen als Möglichkeit muss demnach in den Begegnungen mit diversen Vorgehensweisen beim Subtrahieren bereits bewusst geworden sein. Die Effizienz meines Weges fordert ein flexibles Reagieren auf die angebotenen Zahlen und Operationen. In den höheren Schuljahren kommt in der Thematisierung hinzu, halbschriftliche Strategien und schriftliche Verfahren auch miteinander zu vergleichen und dann einzusetzen, wenn sie jeweils sinnvoll sind.

Lese-Verlockungen

Hasemann, K. (2003) *Anfangsunterricht in Mathematik.* Heidelberg: Spektrum

Krauthausen, G. (1995) „Die ‚Kraft der Fünf‘ und das denkende Rechnen“ In: Müller, G. und E. Wittmann (Hrsg.) *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule: 87 - 108

Kühnel, J. (1916/[11]1966) *Neubau des Rechenunterrichts.* Bad Heilbrunn: Klinkhardt

Lorenz, J. H. (2006) Themenheft „Zahlensinn“ *Die Grundschulzeitschrift* Heft 191

Müller, G., Steinbring, H. und E. Wittmann (2004) *Arithmetik als Prozess*. Seelze: Kallmeyer

Selter, Ch. (2005) Themenheft „Mathematik früher“ *Die Grundschulzeitschrift* Heft 187

Selter, Ch. und H. Spiegel (2003) *Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer

Steinweg, A. S. (2002) „Ich freu' mich so, dass ich 1.-Schuljahr-Aufgaben rechnen darf - Entscheidungen treffen über die Attraktivität der schriftlichen Rechenverfahren und die Bedeutung der halbschriftlichen Zugänge" *Grundschulunterricht* Heft 10: 17 – 20

Steinweg, A. S. (2009) „Rechnest du noch mit Fingern? - Aber sicher!" *MNU PRIMAR* Jg. 1, Heft 4

b. Mathematische Schlaglichter - Geometrie

Im Mathematikunterricht der Grundschule wird die euklidische Geometrie thematisiert, die sich auf die Ebene und den dreidimensionalen Raum bezieht.

Die „Elemente des Euklid“ stellen noch immer die Basis für die in der Schule behandelten Themen (Euklidische Geometrie) dar. Lange Zeit war es auch in der Grundschule üblich, der abstrakten Reihenfolge der geometrischen Definitionen nach Euklid bei der Einführung geometrischer Inhalte zu folgen:

„1. Ein *Punkt* ist, was keine Teile hat.
2. Eine *Linie* breitenlose Länge.
3. Die Enden einer Linie sind Punkte.
4. Eine *gerade Linie* (Strecke) ist eine solche, die zu den Punkten auf ihr gleichmäßig liegt.
5. Eine *Fläche* ist, was nur Länge und Breite hat. …“

Der so genannte axiomatische Zugang nach Euklid setzt also Begriffe in Definitionen fest, formuliert Postulate als Forderungen und Axiome als unmittelbar einleuchtende Grundsätze. Man spricht auch vom deduktiven Zugang, der von der allgemeinen Definition auf Besonderes schließt.

Faszinierend ist es bis heute, dass die Grundkonstruktionen, die nur den Zirkel (Kreise zeichnen, Strecken abtragen) und ein Lineal ohne Skalierung (Geraden zeichnen) zulassen, wesentliche geometrische Phänomene (Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende etc.) zeichnerisch lösbar machen.

Kindliche Entwicklung

Piaget beschreibt „Die natürliche Geometrie des Kindes“, die er aus seinen Versuchen ableitet. Er nutzt hierbei eine Stufenfolge mit Altersangaben. Zudem interpretiert er die kindlichen Lösungen und Antworten als eine von der euklidischen Geometrie abgegrenzten Art der Geometrie, nämlich der Topologie. Er bescheinigt jungen Kindern noch kein Verständnis von Perspektive, Abständen, Längeninvarianz. Erst mit 7-8 Jahren würden die Grundlagen der Längen- und Flächenmessung erkannt und die Fähigkeit, Körperformen nach Eigenschaften zu unterschieden, ausgebildet.

Piagets fälschliche Identifikation des mathematischen Bereichs der Topologie mit kindlichen Vorgehensweisen, führt zur Zeit der neuen Mathematik zu einer Überbetonung dieser Sicht im Geometrieunterricht. Noch heute finden sich derartige Aufgaben in manchen Unterrichtswerken (innen-außen, geschlossen-offen, etc.)

Denkanstoß

Wenn z.B. Studierende im Praktikum in meiner Klasse unterrichten, gebe ich immer die Geometrie-Themen.

Die wichtigen Inhalte mache ich lieber selbst….

Ein weiteres Modell in Niveaustufen des Verständnisses geometrischen Denkens bieten Pierre und Dina van Hiele (z.B. in FRANKE 2000). Sie weisen darauf hin, dass anschauungsgebundenes Denken am Anfang der Entwicklung steht, bei dem geometrische Objekte als Ganzes wahrgenommen werden und das Denken an Hantieren mit Material gebunden ist. Die Wahrnehmung auch von Eigenschaften von Objekten und erste Klassifizierungen (Sortieren) folgen erst in der nächsten Stufe. Im Übergang zur Sekundarstufe verorten van Hieles Klasseninklusionen (z.B. Rechteck vs. Quadrat, „Haus der Vierecke“) sowie erste Ableitungen und logische Schlüsse. Definitionen, Axiome, Sätze und Beweise stellen sie an den Schluss der Entwicklung, die erst in den höheren Jahrgängen der Sekundarstufe eine Rolle spielen.

Demzufolge ist der deduktive Zugang zur Geometrie in der Grundschule und insbesondere in der Schulanfangsphase keine Option. Vielmehr sollte induktiv aus beobachteten Phänomenen auf eine allgemeinere Erkenntnis, etwa einen allgemeinen Begriff, geschlossen werden.

Diese Einschätzung findet sich im Übrigen bereits bei FRÖBEL (1962), der in seinen Spielgaben (Ball, Walze etc.) dazu verlocken wollte, die Eigenschaften der Objekte zu entdecken.

Grundideen

Heute orientiert sich der Geometrieunterricht an Kernideen oder auch Grundideen, die diesen Teilbereich der Mathematik von Anfang an durchziehen und im Laufe der Schulzeit und des lebenslangen Lernens immer wieder dem Spiralprinzip folgend, vertieft auftreten und differenzierter wahrgenommen werden.

Nach Wittmann (2004) fächern sich diese Grundideen auf in:

- Geometrische Formen und ihre Konstruktionen
- Operieren mit Formen
- Koordinaten
- Maße
- Geometrische Gesetzmäßigkeiten und Muster
- Geometrische Formen in der Umwelt
- Übersetzung in Formensprache

Geometrische Formen und Körper sowie das Operieren mit geometrischen Objekten (Abbildungsvorschriften wie z.B. Spiegeln) erlauben einen Zugang zur euklidischen Geometrie. Dabei sind auch Raumerfahrungen von Anfang an von Bedeutung, damit die Geometrie zur Umwelterschließung beiträgt. Die räumliche Vorstellung und das räumliche Denken wirken sich dabei positiv, so die Hoffnung, auf das allgemeine Denken aus. Dass die Geometrie zahlreiche Gelegenheiten bietet, allgemeine Prozesskompetenzen (Fähigkeiten) zu erreichen, liegt vor allem an der Möglichkeit des konkreten, spielerischen Umgangs mit den konkreten Objekten bzw. ihren Repräsentanten.

Würfel, Zylinder, Quader sind als greifbare Objekte in ihren Eigenschaften erfahrbar.

In geometrischen Lernumgebungen (Abb. 3) werden diverse Kompetenzen angeregt. Die Raumorientierung, die Körpernamen (Begriffe) sowie die Kreativität und Kommunikation werden gleichzeitig geschult.

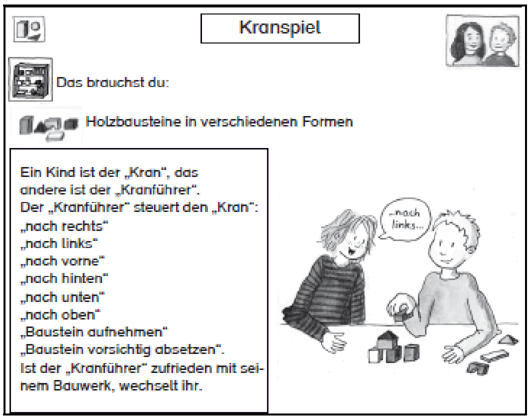


Abb. 3

Leseverlockungen

Carniel, D., Knapstein, K. und H. Spiegel (2002) *Räumliches Denken fördern – Erprobte Unterrichtseinheiten und Werkstätten zur Symmetrie und Raumgeometrie.* Donauwörth: Auer

Franke, M. (2000) *Didaktik der Geometrie*. Heidelberg, Berlin: Spektrum

Fröbel, F. (1962) *Theorie des Spiels I, II, III*. Weinheim: Beltz

Knapstein, K., H. Spiegel und B. Thöne (2005) *Spiegel-Tangram.* Seelze: Kallmeyer

Spiegel, H. (1996) *Spiegeln mit dem Spiegel*. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett

Spiegel, H. und J. Spiegel (2005) *Potzklotz*. Seelze: Kallmeyer

Wittmann, E. (2004) „Die Grundkonzeption des Zahlenbuchs" *Das Zahlenbuch 1 – Lehrerband*. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett: 6 - 19

c. Mathematische Schlaglichter - Sachrechnen

Heute wird dieser Inhaltsbereich häufig mit Modellieren benannt. Es geht darum Mathematik anzuwenden und aus der Umwelt heraus Modelle zu bilden, die man mathematisch berechnen oder geometrisch veranschaulichen kann.

Sachrechnen hat jedoch unterschiedliche Funktionen und Intentionen, die wiederum die Gestaltung von Unterricht beeinflussen. Die Strukturierung von Sachrechenaufgaben ist in der Literatur uneinheitlich (vgl. FRANKE 2003). Zumeist richten sich die Typisierungen auf äußere Kriterien wie z.B. die Präsentationsform (mit Bild, nur Text etc.) oder die Sachthemen (Fantasiegeschichten, Märchenthemen, Tieraufgaben etc.)

Die drei Funktionen nach WINTER (1985) geben eine mögliche Struktur, die eher auf die ‚inneren Werte' der Sachaufgaben abzielt und einen sinnvollen Wegweiser für den Mathematikunterricht anbietet (siehe auch MÜLLER 1995).

Sachrechnen als Lernstoff

Im Sachrechenunterricht werden Kenntnisse und Faktenwissen als Inhalte angeboten, die zu erlernen sind. Insbesondere geht es um Kenntnisse von Größen und die Art und Weise wie mit ihnen gerechnet werden kann.

Standardrepräsentanten und tragfähige Größenvorstellungen spielen im Sachrechnen als Basis für Problemlösungen eine wesentliche Rolle (MÜLLER / WITTMANN 2007).

Größen sind in der Mathematik Zahlen mit Einheiten, die physikalische Eigenschaften wie Länge, Masse, Fläche etc. darstellen: 5 kg, 2 ml, 19 l.

Mathematisch interessant ist, dass für Größen viele Eigenschaften aus dem Zahlenrechnen übernommen werden können. Größen können addiert und subtrahiert werden, sie können auch vervielfältigt werden (3 · 4g). Komplexer wird es, wenn Größen miteinander multipliziert oder durcheinander dividiert werden sollen, das macht nicht immer einen anwendungsbezogenen Sinn. Bei Längenmaßen erreicht man durch einfache Multiplikation die Flächenmaße, man verlässt also den eigentlichen Größenbereich. Bei Gewichten ist es nicht sinnvoll, Massen miteinander zu multiplizieren. Andere physikalische Konstellationen hingegen, wie z.B. Geschwindigkeit, werden gerade durch die Mischung von Größen als neue Größen definiert (km/h).

Auf dem Weg zu den Größen können unterschiedliche didaktische Annahmen unterlegt werden. Vielfach wird eine Stufenfolge propagiert, die über spielerische Ersterfahrungen, direkte Objektvergleiche (schwerer, länger etc.) und Messversuche mit so genannten unnormierten Einheiten (z.B. der Tisch ist drei Bleistifte lang, das Buch nur 2 Bleistifte) erst spät zu den standardisierten Einheiten (cm) und skalierten Messgeräten (Lineal, Maßband) führt. Günstig an dieser Stufung ist, dass die Kompetenzen im Rechnen und Umrechnen nicht an den Anfang gestellt werden. Sie schließen sich erst an, wenn sinnvolle Vorstellungen von Größen verinnerlicht worden sind, die als Stützpunktvorstellungen dienen.

Eine Art Gegenmodell sieht alle Elemente auf dem Weg zu den Größen eher als Bausteine, die in keiner hierarchischen Reihenfolge unterrichtlich auftreten. Insbesondere wird davor gewarnt, das Messen mit Füßen, Fingerspannen oder Hilfsobjekten zu intensiv vor den realen Gebrauch des Lineals zu setzen oder im schlimmsten Fall das Messen mit standardisierten Maßeinheiten eine Zeit lang zu verbieten (NÜHRENBÖRGER 2001, 2002).

Sachrechnen als Lernprinzip

Meist wird der Umweltbezug im Mathematikunterricht vornehmlich deshalb gesucht, um die Aufgaben interessanter oder ansprechender zu gestalten. Primär geht es also um die Rechenaufgaben, die in der Einbettung in Sachsituationen motivierender sein sollen. Die Angaben über die Sache sind nicht zwingend authentisch, sondern der gewünschten Rechenoperation angepasst (glatte Lösungen etc.). Die Situationen sind in dieser Ausrichtung meist austauschbar und beliebig. Das Bemühen, ‚kindgerechte' Themen anzubieten, ist bei diesen Aufgaben häufig auch spürbar, wirkt aber nicht immer überzeugend. Die Lernenden, die diese Aufgabentypen durchschauen, und den Sachgegenstand ignorieren und die gewünschte Rechenaufgabe auf den Frage-Rechnung-Antwort-Dreischritt reduzieren, haben Vorteile gegenüber den Kindern, die sich Gedanken über den Sachverhalt selbst machen (vgl. HASEMANN 2007 über Gray / Pitta).

Denkanstoß

Das kann doch nicht so schwer sein,
den Antwortsatz aufzuschreiben!

Womit haben die Kinder meiner Lerngruppe wirklich die größten Schwierigkeiten?

Sachrechnen als Lernziel

Wird die Sache selbst in den Mittelpunkt gestellt, so ist sie das eigentliche Ziel der Beschäftigung, und nicht die Mathematik. Einige Informationen kann man auch durch mathematische Auseinandersetzungen verstärken oder besser verstehen, aber primär sind die Sachinformationen das Wesentliche in der Auseinandersetzung. Für dieses Ziel sind nur authentische Angaben nützlich, wie z.B. die unterschiedlichen Größen von Vogeleiern, die man miteinander vergleichen kann oder die Menge von Milch, die eine Kuh täglich gibt etc.

Anmerkungen

In der aktuellen Mathematikdidaktik gibt es Strömungen, die mit einer gewissen Zwanghaftigkeit versuchen, Mathematik immer und ständig an ‚Anwendungen' zu verorten. Sachrechnen oder auch ‚Modellieren' wird als die ‚höchste' Form der mathematischen Problemlösung hochgelobt. Die vielfach erlebten ‚Schwierigkeiten' im Mathematikunterricht mit dem Sachrechnen dürfen aber nicht als Umkehrschluss missverstanden werden. Jedes Gebiet der Mathematik bietet Probleme, die eher routiniert lösbar sind und andere, die hohe Herausforderungen stellen.

Die Modellierungs-Euphorie nutzt oft Anwendungen, die häufig als pseudoreal entlarvt werden. Es darf sicherlich nicht darum gehen, ‚Authentizität' (ERICHSON 1989) um jeden Preis einzufordern.

Lese-Verlockungen

Erichson, Ch. (1989) „8 Tage durch 4 Freundinnen macht zwei Negerküsse" *Die Grundschulzeitschrift* Heft 22: 12 -16

Franke, M. (2003) *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg, Berlin: Spektrum

Hasemann, K. (2007) *Anfangsunterricht Mathematik*. Spektrum Akademischer Verlag

Müller, G. (1995) „Kinder rechnen mit der Umwelt" In: Müller, G. und E. Wittmann (Hrsg.) *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule: 42 – 64

Müller, G. und E. Wittmann (2007) *Sachrechnen im Kopf 1/2. Basiskurs Größen*. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett

Nührenbörger, M. (2001) „Jetzt wird's schwer. Mit Stäben messen, kenn' ich nicht. Messgeräte und Maßeinheiten von Anfang an." *Die Grundschulzeitschrift* Heft 141: 16 – 19

Nührenborger, M. (2002) *Denk- und Lernwege von Kindern beim Mes-*

sen von Längen. Hildesheim: Franzbecker

Schwarzkopf, R. (2006) „Elementares Modellieren in der Grundschule." In: Büchter, A. et al. (Hrsg.) *Realitätsnaher Mathematikunterricht – von Fach aus und für die Praxis.* Hildesheim: Franzbecker: 95-105

Winter, H. (1985) *Sachrechnen in der Grundschule*. Bielefeld: CVK

d. Mathematik vor der Schule

Übersicht hilfreicher Basiskompetenzen zum Schuleintritt

Kenntnisse – Wissen

- erkennt die Ziffern bis 9 / Zahlen ≥ 10 bis …
- kennt Ordnungszahlen (kann z.B. im Spiel sagen, wer an 3. (4.) Stelle ist)
- erkennt und benennt Formen (z.B. Viereck, Kreis, Dreieck)
- kennt Fachbegriffe der Raumlage (kann Objekte nach Raumlage (links von dir... hinter dir...) finden)
- kennt die Wochentage / Jahreszeiten in ihrer Reihenfolge
- kennt den eigenen Geburtstag (im Jahresablauf / Datum)
- kennt Code-Zahlen, die persönlich von Bedeutung sind (z.B. Hausnummern, Telefonnummern)
- erkennt einige Münzen und Scheine (z.B. aus Einkaufssituationen)
- kennt Messinstrumente (erforscht Waagen, Metermaß etc. spielerisch)

Fertigkeiten - Handlung

- zählt Gegenstände richtig ab bis ... (Augen eines Spielwürfels, setzt einen Spielstein (passend) zählend weiter)
- zählt in Schritten (setzt den Spielstein auf einmal oder z.B. in 2er-Schritten weiter)
- erfasst Anzahlen / Mengenunterschiede schätzend / simultan durch die Struktur (erkennt Würfelzahl / Fingeranzahl ohne zu zählen, kann 5 (...) Gegenstände auf einmal nehmen)
- kann ohne zu zählen sagen, wie groß die Menge ist, wenn noch 1 (2) dazukommen / abgegeben werden
- zeichnet Formen erkennbar / korrekt (frei oder mit Hilfsmitteln)
- baut Gebäude aus Bauklötzen (frei / nach Vorlage)
- gestaltet Körper und Formen (Vollmodelle aus Knetmasse, Kantenmodelle mit Hölzchen, Papier falten, schneiden, stanzen, stempeln …)
- kann einfache Wege beschreiben
- setzt ein Muster aus Formen in einer gewissen Ordnung sinnvoll fort
- Raumvorstellung: beachtet beim Abzeichnen oder Nachbauen von Bauwerken oder Mustern die räumlichen Beziehungen (Dreieck neben Quadrat / Prisma oberhalb des Würfels ...)
- beachtet zeitliche Abläufe (im Alltag, in Erzählungen, plant mit / erwartet zukünftige Ereignisse)
- bewegt sich passend zu Takt / Rhythmen
- kann ... Dinge nach Länge oder Gewicht vergleichen und ordnen (Ordnung)
- findet für verschieden große Dinge die passenden Aufbewahrungsgefäße, Kisten etc. (Äquivalenz)
- nutzt und gestaltet erste Diagramme, Skizzen, Zeichnungen

Fähigkeiten - Denkweisen

- freut sich daran, kreativ zu gestalten
- hat originelle Ideen und Lust am Forschen
- versucht, Probleme gezielt / beharrlich zu lösen
- versucht, andere Standpunkte zu verstehen / kann mit anderen über Sachverhalte diskutieren / kann seine Meinung begründen und Behauptungen auf ihren Wahrheitsgehalt hin überprüfen
- verabredet mit anderen gemeinsame Spielregeln und achtet auf ihre Einhaltung
- versteht Scherze und Geschichten, die Maße thematisieren (Däumling, Gullivers Reisen …)
- bildet Hypothesen / macht sich Gedanken über die Ursache von Ereignissen
- ahnt, dass manche Ereignisse Gesetzmäßigkeiten folgen

Abb. 4
(vgl. STEINWEG 2008)

Im Bereich der Frühförderung sind etliche Publikationen erschienen, die die wesentlichen Aspekte darlegen (WITTMANN 2004, 2009, STEINWEG 2006, 2007, 2008).

Insbesondere wird mit der Arbeit von GASTEIGER (2010) ein ausführlicher Bericht der Implementierung der Lerndokumentation sowie eine detaillierte Darlegung der wissenschaftlichen Grundlagen der mathematischen Frühförderung vor Schulbeginn erscheinen.

Eine Übersicht über Diagnoseverfahren, ihre Intentionen und ihre Wirkkraft kann bei GASTEIGER (2007) nachvollzogen werden.

Wesentlich ist es, die Lernchancen von Alltagssituationen und Anregungssituationen in Bezug auf die Kompetenzen, die für die kindliche Entwicklung und gleichzeitig günstig für den Schulstart in Mathematik sind, zu unterstützen.

Die Bewusstheit darüber, was von Bedeutung ist, stellt dabei die Weichen für die Interaktion mit den Kindern: „Wenn folglich eine Pädagogin der Meinung ist, dass Mathematik primär darin besteht, Rechenaufgaben zu lösen oder zu zählen, dann wird sie die meiste Zeit über diesen Vorgängen ihre Aufmerksamkeit widmen und andere Aspekte mathematischer Aktivität – die aus unserer Sichtweise möglicherweise als wesentlich erachtet werden – übersehen.“(van Oers 2004, 319).

Im Unterschied zu schulischen Lernsituationen, die immer auch im Einklang mit den geplanten Zielen des Rahmenlehrplans und den Bildungsstandards organisiert werden müssen, werden, so WOLLRING, mathematische Themen in Kindertagesstätten eher spielerisch angeregt: „Im Gegensatz zu Lernumgebungen, die nach unserer Auffassung primär durch den *mathematischen Anlass* bestimmt sind, sehen wir Förderumgebungen für die frühe Förderung dadurch gekennzeichnet, dass sie primär durch einen *Spielanlass* bestimmt sind.“ (WOLLRING 2006, 82)

Mathematische Erfahrungen zielen nicht nur darauf, die *Kulturtechnik* des Rechnens zu beherrschen, vielmehr zeigen sie die Mathematik als *Kulturgut* auf, dessen Denkstile und die zugrunde liegende Forschungshaltung helfen, die Welt zu strukturieren, zu begreifen und das Lernen selbst zu lernen.

Lese-Verlockungen

Gasteiger, H. (2007) *Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von Kindertagesstätten und Grundschule und zukünftige Perspektiven.* Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin www.transkigs.de

Gasteiger, H. (2010) *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik 3. Münster: Waxmann

Steinweg, A. S. (2006) *Lerndokumentation Mathematik*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin www.transkigs.de

Steinweg, A. S. (2007) „Mathematisches Lernen“ In: Stiftung Bildungspakt Bayern (Hrsg.) Das *KIDZ-Handbuch: Grundlagen, Konzepte und Praxisbeispiele aus dem Modellversuch "KIDZ- Kindergarten der Zukunft in Bayern".* Köln: Wolters Kluwer: 136 - 203

Steinweg, A. S. (2008) „Zwischen Kindergarten und Schule - Mathematische Kompetenzen im Übergang“ In: Hellmich, F. und H. Köster (Hrsg.) *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und in den Naturwissenschaften*. Klinkhardt: 101 - 117

Van Oers, B. (2004) „Mathematisches Denken bei Vorschulkindern“ In: Fthenakis, W. und P. Oberhuemer (Hrsg.) *Frühpädagogik international: Bildungsqualität im Blickpunkt*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften: 313 - 329

Wittmann, E. (2004) „Design von Lernumgebungen zur mathematischen Frühförderung“ In: Faust, G., Götz, M. und H. Hacker

(Hrsg.) *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt: 49-63

Wittmann, E. (2009) *Das Zahlenbuch – Handbuch zur Frühförderung*. Leipzig, Stuttgart: Klett

Wollring, B. (2006) „Kindermuster und Pläne dazu – Lernumgebungen zur frühen geometrischen Förderung“ In: Grüßing, M. und A. Peter-Koop (Hrsg.) *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren*. Offenburg: Mildenberger

Modul 2 Methoden und Offener Unterricht

Lehrkräfte in der Praxis und auch Studierende in Praktika werden tagtäglich mit der Heterogenität von Schülerinnen und Schülern konfrontiert (vgl. auch Modul Differenzierung). Viele Formen von „Antworten“ auf die divergenten Lernvoraussetzungen werden in Methoden gesucht. Die Grundschulpraxis ist hierbei –ebenso wie die didaktischen Forschungen im Bereich der Grundschule– häufig Vorreiterin in der Erprobung von neuem, methodischem Vorgehen gewesen.

Oft spielte und spielt bei der Entscheidung für eine gewisse Methode insbesondere die vermeintlich größere Kindgemäßheit eine Rolle. Dabei wird oft außer Acht gelassen, die Inhalte und Methoden in einen sinnvollen Gleichklang zu bringen. Nicht die Methoden sollten im Vordergrund stehen, sondern die Inhalte, die thematisiert werden, sollten methodisch effektiv und sachgemäß im Unterricht angeboten werden.

Die angebotenen Inhalte sind deshalb von so großer Bedeutung, weil nur aus einem sinnvollen Angebot heraus Lernprozesse angestoßen werden können: „Aus dem Nichts kann aber nichts entwickelt werden. Entwicklung heißt nicht, dass dem kindlichen Geist irgendetwas entspringt, sondern, dass substanzielle Fortschritte gemacht werden, und das ist nur möglich, wenn eine geeignete Lernumgebung zur Verfügung steht. Die Kinder müssen zwar von sich aus arbeiten, aber wie sie arbeiten, wird fast ganz von der Lernumgebung und dem Stoff, an dem sie sich üben, abhängen.“ (DEWEY in WITTMANN 1996)

Im Weiteren werden die Methoden der Freiarbeit, des Stationslernens und des Projektunterrichts genauer betrachtet.

Freiarbeit

Freiarbeit, auch freie Arbeit genannt, ist nach RAGALLER „eine *lernerzentrierte, subjektorientierte Organisationsform* des Unterrichts, die nicht als Alternative, sondern als *Ergänzung* zum lehrergeleiteten Unterricht zu verstehen ist“ (2007, 107).

Es wird in dieser Definition ein Gegensatz zwischen der Lehrerzentrierung und der vermeintlichen Kindzentrierung in der Freiarbeit aufgebaut. Diese schlägt sich zunächst allein in der Organisation des Unterrichts nieder. Die Grundformen der Freiarbeit sieht z.B. JÜRGENS (2006) wie folgt:

<u>Selbstständige Arbeit an einem selbst gewählten Thema</u>
Kinder wählen in Einzel- oder Gruppenarbeit ein Thema nach Interesse aus. Das Ziel dieser Form ist die eigenständige Bearbeitung und Darstellung eines Themas.

<u>Individuelle Weiterführung von Unterrichtsthemen</u>
Kinder arbeiten an einem Thema, das sie anspricht, weiter und vertiefen dieses mit dem Ziel der selbstgesteuerten Weiterführung von Themen nach individuellem Interesse.

<u>Intensive Übungssituation</u>
Inhalte werden durch selbst wählbares Material geübt.

<u>Freie Nutzung von Lernangeboten</u>
Schnell arbeitende Kinder dürfen sich mit frei ausgewählten Angeboten beschäftigen. So soll das gesteuerte Lernen ergänzt und vertieft werden.

Eigenständig, selbstständig, frei … - die positive Konnotation der Frei-heit innerhalb des Begriffs Frei-Arbeit, führt manchmal zu einer Überschätzung des positiven Effekts dieser Methode. Freiheit, die sich in freier Bewegung im Klassenraum, in freier Zeiteinteilung oder in freier Aufgabenwahl niederschlägt, garantiert per se jedoch noch nicht, dass auch die Denkfreiheit gegeben wird, die eigentlich das maßgebliche Kriterium für diese Methode sein sollte. Hierin liegt die Gretchenfrage nach der Freiheit in der Frei-Arbeit.

Oftmals steht es den Kindern zwar frei, wann und wie lang sie welche Aufgaben bearbeiten, diese sind jedoch nicht selten schlichte ‚bunte Hunde' (nach WITTMANN, vgl. Modul Aufgaben), die nach einem strikt festgelegten Prozedere bearbeitet werden müssen und vermeintliche Selbstkontrollen wie ausgemalte Bilder oder Webmuster von Wollfäden oder Muster aus quadratischen Aufgabenplättchen bereit halten. Die *Freiheit in der Bearbeitung* der Angebote, die verschiedene, eigene Lösungswege und Kreativität und Problemlösefähigkeiten fördert und einfordert, sollte stets Priorität vor der Methode und unabhängig von ihr haben.

Stationen – Lerntheken – Arbeitsblätter

Lerngelegenheiten werden manchmal räumlich im Klassenraum verteilt und fordern somit Bewegung ein. Gezielt gehen die Kinder zu den verschiedenen Stationen oder nehmen sich ‚selbstständig' Aufgaben von der Lerntheke.

Die Öffnungsgrade der Stationsarbeit können nach JÜRGENS (2006) in verschiedenen Parametern variieren (Abb. 5).

	von der Lehrkraft	**vom Kind**
Lerninhalte / -themen	vorgegeben	eingebracht bzw. mitbestimmt
Auswahl der Aufgabenstellung / Themenschwerpunkte etc.	verpflichtend gemacht	entscheidbar
Materialien	ausgewählt bzw. hergestellt	auswählbar bzw. selbst hergestellt
Arbeitstechniken / Lerntechniken	vorgeschrieben	frei wählbar
Differenzierung nach Leistung – qualitativ und/oder quantitativ	Fremddifferenzierung	Selbstdifferenzierung
Kontrolle	Fremdkontrolle	Selbstkontrolle
Sozialform	bestimmt	selbst wählbar
Zeit	Gesamtdauer und Bearbeitungszeit pro Station festgelegt	Gesamtdauer limitiert, aber Bearbeitungszeit pro Station selbst begrenzbar
Wechselmodalitäten	reglementiert	regelbar
Entspannung und Konzentration	Regelung der Pausen	individuelle Pausenregelung

Abb. 5

Im schlimmsten Fall liegt auch in dieser Methode kein Vorteil für die Erarbeitung des Themas gegenüber einem Arbeitsblatt, bei dem die Aufgaben nacheinander aufgelistet sind. Im besten Fall hingegen, bieten Stationen oder verschiedene Lernräume tatsächlich freie Angebote, die zum Experimentieren und Erkunden von Inhalten einladen. Im Grundsatz müssen dieselben Fragen an die Freiheit der Arbeitsform gestellt werden, die auch bereits an die Freiarbeit gerichtet wurden.

Nach NIGGLI (2000) hat der übliche Stationsbetrieb meist die Form einer *Übungswerkstatt*, deren Ziel es ist, Inhalte zu beherrschen: Es soll geübt, vertieft, Wissen angewendet und kontrolliert werden.

Die weiteren Ausrichtungen von Stationsarbeit setzen demgegenüber eher auf den Sinn, verschiedene Lernorte anzubieten und divergente Materialangebote zu machen.

Es ist zum einen die *Erfahrungswerkstatt*, in der die direkte Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand im Vordergrund steht. Hier sollen die Kinder „Erleben, Erfahren, Problemlösen, Erkunden, Wahrnehmen und Verstehen von Phänomenen und thematische Vernetzungen sehen“. Zum anderen, und ähnlich wie die Erfahrungswerkstatt gestaltet, gibt es die *Informationswerkstatt*. Der Lerngegenstand wird hier allerdings fast ausschließlich indirekt durch Medien vermittelt, da z.B. keine direkte Auseinandersetzung möglich ist.

Die beiden letztgenannten Formen eignen sich selbstverständlich nicht bei jedem Thema. Es gilt also wohl zu überlegen, wann tatsächliche oder informatorische Erfahrungen günstiger in Stationen angeboten werden als im Klassenverband. „Jede gute Methode kann sich nur auf der Basis von substanziellen Inhalten, klug ausgewählten Aktivitäten und der erforderlichen Offenheit gegenüber der Produktivität der Schüler entfalten“ (SUNDERMANN / SELTER 2000).

Hilfreiche, praktische Hinweise und eine immer noch tragfähige Kritik finden sich in überspitzter, satirischer Form bei KLENCK (1997) oder auch bei SUNDERMANN / SELTER (2000).

Denkanstoß

Herr Klenck übertreibt doch maßlos!

oder

Wie sah die letzte Stationsarbeit in meiner Klasse aus…

Insgesamt ist bei allen Formen der vorgestellten Methoden wesentlich darauf zu achten, dass die Reflexionsphase im Plenum oder auch vorbereitet in Kleingruppen, so genannten Mathe-Konferenzen, ein ganz wesentliches Moment im Lernprozess ist. Oftmals bleibt hierfür kaum Zeit und der Stundenabschluss besteht schlicht aus dem Aufräumen des Klassenraums. KLENCK formuliert zynisch karikierend: „Eine inhaltliche, eventuell an möglichen Lernzielen orientierte Zusammenfassung, die allen Schülerinnen und Schülern eine gemeinsame Basis verschafft, ist völlig überflüssig, weil die zu erbringende Leistung das Bewältigen der Lerntheke ist.“

Projekte

Größere Sinnzusammenhänge zu erforschen, kann in Projekten oder projektartigem Unterricht gelingen. Dabei ist es bedeutsam, an der Sache selbst und im Sachzusammenhang aktiv tätig werden zu können: „Wenn Menschen etwas über die Dinge feststellen wollen, so müssen sie etwas tun - sie müssen die Bedingungen abändern.“ (DEWEY 1993)

Nach GUDJONS (1984) sind Projekten folgende Kriterien gemeinsam:

- Situationsbezug
- Lebensweltorientierung
- Orientierung an den Interessen der Schülerinnen und Schüler
- Selbstorganisation und Selbstverwaltung
- gesellschaftliche Praxisrelevanz
- zielgerichtete Projektplanung
- Produktorientierung
- Einbeziehen vieler Sinne
- Soziales Lernen
- Interdisziplinarität

GUDJONS verweist jedoch darauf, dass diese Liste nicht als „exakte und ausschließliche Definition zu verstehen ist, sondern eher als eine einkreisende Umschreibung.“

Projekte haben mitunter auch fächerübergreifenden Charakter. Dabei sind nach LUDWIG (1998) zwei Grundformen zu unterscheiden. Bei einem Magnetthema sind mehrere Fächer zur Bewältigung der Projektaufgabe(n) notwendig. Beim Sternthema steht ein mathematischer Sachverhalt im Mittelpunkt. Dieser strahlt auf andere Fächer, in denen man diese Idee wiederzufinden sucht, aus.

Der außermathematische Zusammenhang ist aber nicht zwingend erforderlich. Vielmehr ist es wichtig, ein echtes Problem zu thematisieren: „Unterricht, in dem Lehrende und Lernende gemeinsam ein echtes Problem in gemeinsamer Anstrengung und in handelnder Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit zu lösen versuchen.“ (HÄNSEL 1997)

Das Thema kann demnach auch innermathematischer Natur sein. Dabei soll die Sache oder Situation etwas anbieten, das unsicher und problematisch ist. Das weckt Interesse und fordert Lösungsprozesse ein. Bei der Auseinandersetzung müssen die Sachobjekte aktiv erforscht werden. Dies geschieht ganz im Sinne von DEWEY (s.o.) oder WITTMANN (1985). In der mathematischen Tätigkeit (handelnd konkret oder geistig denkend) werden demnach systematisch oder auch probierend Operationen auf die Objekte untersucht, die gewisse Wirkungen hervorbringen und somit die Eigenschaften und Zusammenhänge von Objekten und Operationen verdeutlichen. Die Sache wird verständlich.

Die Projektmethode war zu früheren Zeiten revolutionär, da sie zum einen die zielgerichtete Problemlösung und zum anderen die aktive Arbeit der Schülerinnen und Schüler in den Mittelpunkt stellt. Projektunterricht unterscheidet sich von alltäglichem Unterricht im heutigen Verständnis nicht mehr gravierend, da die Aktivität der Auseinandersetzung stets bei den Lernenden liegen soll, und die Lehrpersonen die Organisation des Lernprozesses im Vorfeld und moderierend und unterstützend während des Unterrichts als Hauptaufgabe erkannt haben.

Somit ist es konsequent möglich, produktive Auseinandersetzungen mit einem komplexen Thema in Gestalt von Mini-Projekten oder Erkundungsaufgaben als integrativen Bestandteil des heutigen Mathematikunterrichts zu sehen. Die Vorschläge von SELTER / SUNDERMANN (2006), in so genannten Experten-Teams selbstständig komplexere Sachverhalte zu erarbeiten, bei denen z.B. ein Plakat oder Infoblatt erstellt, eine Lernstation oder ein Arbeitsblatt für die Mitschülerinnen und Mitschüler konzipiert, eine Ausstellung vorbereitet oder eine Präsentation durchgeführt wird, sind erprobte und praktikable Beispiele.

Insgesamt sind Methoden im Mathematikunterricht immer auf ihre Effizienz zu hinterfragen. Jeden Unterricht gilt es vorzubereiten. Jedoch kann der Organisationsaufwand zur Vorbereitung von Stationen, Wochenplan etc. immens anwachsen, wenn zwanghaft versucht wird, Inhalte, die ungeeignet sind, in dieser Methode anzubieten. Bei manchen Themen drängt sich hingegen ein Aufteilen der Klassengemeinschaft in Gruppen oder auch Stationen auf, weil z.B. gewisse Materialien zum aktiven hantieren nicht im Klassensatz verfügbar sind und alle Kinder Handlungserfahrungen damit gewinnen sollten.

Die Organisationsform und Methode sollte immer hilfreich und angemessen für die Inhalte und für die erhofften Lernerfolge gewählt werden. Dabei ist es wichtig, alle Aufgaben und Aktivitäten auf die „Freiheit“ der Bearbeitung abzuklopfen, die sich insbesondere in der Möglichkeit des freien Denkens und der freien, individuellen Lösungswege zeigen sollte.

Denkanstoß

Wenn die Aufgaben substanziell sind,
„ertragen“ sie fast jede Methode.

oder

Methoden machen keinen guten Unterricht!

Die Mathematik eignet sich hier in ganz besonderer Weise für solche substanziellen Lernangebote im Sinne einer Offenheit vom Fach aus. „Innerhalb fachlicher Rahmungen, die von den untersten Lernstufen aus „mitwachsen" können, lassen sich Problemstellungen und Aufgaben unterschiedlichster Schwierigkeitsgrade formulieren. Diese können von unterschiedlichen Voraussetzungen aus, mit verschiedenen Mitteln, auf unterschiedlichem Niveau und verschieden weit bearbeitet werden. So entsteht auf ganz natürliche Weise Spielraum für Eigeninitiative und Kreativität. Man kann gestellte Probleme abwandeln, sich selbst Probleme stellen oder in der Lebenswelt ausfindig machen. Die Lösungswege sind frei. Wie bestimmte Werkzeuge eingesetzt und die Ergebnisse dargestellt werden, bleibt in hohem Maße dem Problemlöser überlassen. Die mathematische Sprache kann dabei wie jede andere Sprache innerhalb allgemeiner Konventionen und Regeln flexibel benutzt werden (WITTMANN 1996).

Lese-Verlockungen

Dewey, J. (1993) *Demokratie und Erziehung: Eine Einleitung in die philosophische Pädagogik*. Weinheim, Basel: Beltz

Gudjons, H. (1984) „Was ist Projektunterricht? Begriff – Merkmale – Abgrenzungen“ *Westermanns pädagogische Beiträge*, 36: 258 - 266

Hänsel, D. (1997) *Handbuch Projektunterricht*. Weinheim, Basel: Beltz

Jürgens, E. (2006) *Lebendiges Lernen in der Grundschule. Ideen und Praxisbausteine für einen schüleraktiven Unterricht*. Weinheim, Basel: Beltz

Klenck, W. (1997) „Neun Regeln als Anleitung für eine schlechte Lerntheke“. *Grundschule* Heft 10: 60 - 62

Ludwig, M. (1998) *Projekte im MU des Gymnasiums*. Hildesheim: Franzbecker

Niggli, A. (2000) *Lernarrangements erfolgreich planen. Didaktische Anregungen zur Gestaltung offener Unterrichtsformen*. Aarau: Bildung Sauerländer

Ragaller, S. (2007) „Freiarbeit und Wochenplanarbeit“ In: van Recken, D. (Hrsg.) *Handbuch Methoden im Sachunterricht.* Schrondorf: Schneider Verlag Hohengehren: 107 - 120

Selter, Ch. und B. Sundermann (2006) *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht.* Gute Aufgaben. Differnzierte Arbeiten. Ermutigende Rückmeldungen. Cornelsen Verlag Scriptor

Sundermann, B. und Ch. Selter (2000) „Quattro Statigioni – Nachdenkliches zum Stationenlernen aus mathematikdidaktischer Perspektive“. *Friedrich Jahresheft*: 110 - 113

Wittmann, E. (1985) „Objekte − Operationen − Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik.“ *Mathematik lehren*. Heft 11: 7-11

Wittmann, E. (1996) „Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom FACH aus.“ *Grundschulunterricht* 43 Heft 6: 3-7

Modul 3 Aufgaben und Sozialformen

Unterrichtsstunden, die sich ausschließlich auf die inhaltliche Seite von Aufgaben (Kenntnisse und Fertigkeiten) beziehen, wirken für alle Beteiligten vielfach trocken oder sogar zäh (vgl. Abb. 6). Dem wird mitunter dadurch entgegen gewirkt, dass außermathematische Kniffe und methodische Tricks die Trockenheit zu brechen versuchen. Spätestens seit WITTMANNS (1990) Appell gegen die von ihm als „Bunte Hunde“ getauften Übungsformen, sollte diese Art des „Verpackens“ von mathematischen Inhalten kritisch gesehen werden. Bereits DEWEY (1974) erinnert daran: „Aber es ist leicht und einfacher, ihn [den Unterrichtsstoff] zu lassen, wie er ist, und dann durch Methodentricks Interesse zu erwecken, ihn interessant zu machen, ihn mit Zuckerguß zu versehen, seine Sterilität durch dazwischengeschobene ‚Rosinen‘ zu verbergen und schließlich das Kind dahin zu bringen, den unschmackhaften Bissen hinunterzuschlucken, zu verdauen und dabei noch einen angenehmen Geschmack zu verspüren. Die geistige Assimilation ist aber eine Sache der Bewußtheit, und wenn die Aufmerksamkeit der Kinder nicht tatsächlich mit dem Stoff in Berührung gekommen ist, wird er nicht erfaßt und entfaltet keine Wirkungen.” (DEWEY 1974, 30 in Übersetzung von Wittmann)

Fragen an „gute“ Aufgaben im Mathematikunterricht

Selbstverständlich müssen nicht alle Fragen je Aufgabe immer positiv beantwortet werden können. Es ist jedoch lohnenswert, alle Fragen im Blick zu behalten und als mögliche Kriterien bei der Auswahl von Aufgaben heranzuziehen.

Inhaltliche Kompetenzen (Fertigkeiten und Kenntnisse)

1. Werden mit der Bearbeitung der Aufgabe Grundfertigkeiten (Grundrechenarten oder geometrische Grunderfahrungen) geübt, die für meine Klasse z. Zt. besonders wichtig sind?
2. Werden relevante Kenntnisse (1+1, 1x1 oder Grundkenntnisse geometrischer Formen oder sachrechnerischer Größen) durch die Aufgaben gefestigt?

Prozessbezogene Kompetenzen (Fähigkeiten)

3. Bietet die Aufgabe Möglichkeiten zu mathematisieren?
4. Bietet die Aufgabe die Möglichkeit forschend-entdeckend, kreativ tätig zu werden?
5. Bietet die Aufgabe die Möglichkeit zu argumentieren und zu formulieren?
6. Bietet die Aufgabe Möglichkeiten des kooperativen Lernens?

Aufgabenstellung

7. Wird das Potenzial der Aufgabe bereits durch den Text an die Kinder deutlich? Wird zu viel „verraten“ oder zu wenig?
8. Handelt es sich um eine strukturierte Aufgabe, in der Beziehungen (Muster) genutzt und thematisiert oder entdeckt werden können?
9. Sind alle Teilaufgaben durch ein und denselben Strukturtyp gekennzeichnet?

Variationsmöglichkeiten

10. Bietet die Aufgabe Parameter, die zur Variation (auch durch die Kinder selbst) genutzt werden können?

Abb. 6

Inhalte und Prozesse

Es ist wichtig, die Grundfertigkeiten und Kenntnisse, die mit den Kindern im Unterricht erarbeitet werden sollen, in den Aufgaben konkret zu thematisieren. Dabei sollte, so wie Dewey es eindrücklich schildert, auf Verpackungen und Einkleidungen verzichtet werden, die es gerade den ‚schwachen' Kindern erschweren, den Pudels Kern des Inhalts zu sehen. Die Ablenkung, die in Erzählhandlungen oder rein konstruierten Sachzusammenhängen droht, wird von den Kindern, die sich bereits als ‚Profis' im Unterricht auskennen, sicher ausgeblendet. Anderen Kindern fällt es jedoch schwerer zu erahnen, worin das Ziel der Aufgabe eigentlich liegt.

Selbstverständlich können auch außermathematische Themen angesprochen werden. Dies sollte aber nur dann geschehen, wenn diese Themen auch wirklich zum Inhalt werden wollen und nicht als Verkleidung von Rechenaufgaben dienen.

Prozessziele, die insbesondere im Entdecken von Zusammenhängen und deren Beschreibung gefunden werden können, aber auch in der Kreativität, eigene Wege zu gehen, bestimmen den heutigen Unterricht zunehmend. Aufgaben müssen diesem Anspruch Rechnung tragen, indem es überhaupt möglich wird, gewisse Entdeckungen zu machen oder individuelle Lösungen anzubieten.

Selbstverständlich kann nicht jede Aufgabe immer alle Prozessziele ansprechen. Einmal steht mehr die Problemlösefähigkeit im Mittelpunkt, ein anderes Mal die Fähigkeit des Argumentierens. Diese Ziele sind bewusst aufzugreifen und sollten auch als solche den Kindern bewusst werden können (vgl. Modul Unterrichtsqualität).

Aufgabenstellung

Denkräume sollten in der Aufgabenstellung bereits zugelassen werden. Eine zu enge Aufgabenstellung, die alle möglichen Phänomene und Entdeckungen bereits verrät (z.B. „1. Rechne aus. 2. Warum sind alle Ergebnisse gleich?"), hilft den Lernenden bei Fortschritten nicht. Der Text an die Kinder, sollte es ihnen ermöglichen, selbstständig an die Arbeit zu gehen, ohne Details vorzugeben.

Der Text kann auch zu viele Hilfen geben und damit die eigene Ausdrucksweise stark reglementieren. Selbstverständlich muss gerade die Verschriftlichung von Entdeckungen auch erlernt werden. Dies geschieht jedoch am Besten in der Form, in der auch der Deutschunterricht durch das so genannte freie Schreiben Kinder langsam an eigene Texte heranführt und zunächst von jeglichen Vorgaben absieht. Rechtschreibfehler und Eigenkreationen von Wortschreibungen sind dabei im Lernprozess gemeinsam zu thematisieren.

Qualität statt Quantität

Die Reflexion im Klassengespräch gewinnt im Unterricht insgesamt zunehmend an Bedeutung. So versteht sich von selbst, dass nicht die Quantität der bearbeiteten Aufgaben ausschlaggebend ist, sondern die Qualität, die auch an einer einzigen Aufgabe deutlich werden kann. Wichtiger ist es, die Einzelbeiträge der Kinder in Ruhe würdigen und gemeinsam einordnen zu können.

> **Denkanstoß**
>
> Aufgaben können nicht gut oder schlecht sein,
>
> es kommt immer darauf an, was man daraus (im Unterricht) macht…

Allein bei reinen Fertigkeitsübungen (Blitzrechnen etc.), die nach der intensiven, verstehenden Bearbeitung von Inhalten stehen, können und sollen viele Aufgaben eines gewissen Typs angeboten werden. Das schließt aber auch hier nicht aus, gerade innermathematische

Beziehungen mit zu integrieren (vgl. STEINWEG 2003), die bei Bedarf auch Gesprächsanlass sein können (Was hat 2+2 mit 2+3 zu tun? Welche Aufgabe fällt dir leichter?).

Sozialformen
Einzel-, Partner-, Gruppenarbeit

Auch in den Sozialformen versuchen Lehrkräfte immer wieder ‚Abwechslung' in den Unterricht zu bringen. Diese Idee ist sicherlich im Grunde absolut begrüßenswert. Auch hier muss jedoch intensiv überlegt werden, wann welche Form der Arbeit tatsächlich hilfreich für den Lernprozess ist.

Sinnvolle Zusammenarbeit, die einen Partner oder auch eine Gruppe von Mitstreiterinnen und Mitstreitern braucht, gelingt nur dann, wenn die Aufgaben selbst diese auch einfordern. So z.B. die Rechenduette (vgl. Modul Differenzierung) oder auch einige der Arbeitsaufträge der Anregungskarten (Sommerlatte et al. 2008), wie in Abb. 7.

Abb. 7

Kinder sitzen gern in Gruppen zusammen. Eine vielfach ungenutzte Chance im Unterricht ist die wirklich kooperative Arbeit, die sich nicht darauf beschränken darf, dass alle an den gleichen Aufgaben arbeiten und sich gegenseitig Tipps geben. Auch hier ist die Aufgabenauswahl höchst relevant. Es gilt derartige Aufgaben zu suchen, die Arbeitsteilung einfordern und gemeinsame Kräfte binden (vgl. z.B. RÖHR 1995). Besonders geeignet sind aber auch gemeinsame Reflexionen in Mathe-Konferenzen. GÖTZE (2007) konnte feststellen, dass eine Gruppendiskussion wesentlich sinnvoller in Gang gesetzt werden kann, wenn eine Phase der individuellen, eigenen Arbeit vorausgegangen ist. Erst dann gehen alle informiert und kompetent (auf ihrem persönlichen Leistungsstand) in die Gruppenphase. Alle können mitreden und es ist nicht so einfach möglich, sich aus dem Lösungsprozess, der durchaus erst in der Gruppe gemeinsam zum Abschluss gebracht werden kann, völlig herauszuhalten.

Denkanstoß

Gruppenarbeit führt immer zu viel zu viel Unruhe,
gerade die ‚schwachen' Kinder
werden nur abgelenkt
oder schreiben ab …

Lese-Verlockungen

Dewey, J. (1974) The Child and the Curriculum (Original 1902). In: Boydston, J. A. (Hrsg.) *The Middle Works of John Dewey 1899-1924*. vol. 2. Carbondale: 71-291

Götze, D. (2007) *Mathematische Gespräche unter Kindern*. Hildesheim: Franzbecker

Röhr, M. (1995) *Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universität-Verlag

Sommerlatte, A., Lux, M., Meiering, G. und S. Führlich (2008) *Lerndokumentation Mathematik: Anregungsmaterialien.* In: Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.) Berlin www.transkigs.de (⇨Berlin ⇨Materialien)

Steinweg, A. S. (2003) „Gut, wenn es etwas zu entdecken gibt - Zur Attraktivität von Zahlen und Mustern" In: Ruwisch, S. und A. Peter-Koop (Hrsg.) *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger Verlag: 56 – 74

Steinweg, A. S. (2006) „Gute Aufgaben. Kompetenzen für die Aufgabenauswahl und Beurteilung im Mathematikunterricht entwickeln" *Grundschulmagazin*. Heft 2 März/April: 8 - 11

Walther, G. (2005) Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht (Mathematikmodul G1) http://www.sinus-grundschule.de

Wittmann, E. (1990) „ Wider die Flut der ‚bunten Hunde' und der ‚grauen Päckchen'" In: Wittmann, E. und G. Müller (Hrsg.) *Handbuch produktiver Rechenübungen: Band 1*. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig, S. 152 – 166

Modul 4 Differenzierung und Gemeinschaft

In der Schulanfangsphase (SAPh) wird der Unterricht immer mehr in jahrgangsgemischten Gruppen organisiert. Das Jahrgangsübergreifende Lernen (JüL) stellt hohe Ansprüche an die Kinder und die Lehrpersonen.

Ungeachtet dieser neuen Organisationsform musste der Mathematikunterricht der Grundschule schon immer mit Heterogenität und Individualität der beteiligten Kinder umgehen. Insbesondere sind die Vorkenntnisse in ihrer Vielfalt allen Lehrpersonen als Ausgangsbasis für unterrichtliches Arbeiten ein besonderes Anliegen. Die in der mathematischen Frühförderung deutlich werdenden Kompetenzen sollten auch in der SAPh aufgegriffen und weiter gefördert werden (vgl. Modul Dokumentation).

Niemand geht mehr davon aus, dass am ersten Schultag ein Neubeginn des Lernens stattfindet, das sich nicht auf bereits gemachte Erfahrungen der Kinder zu stützen bräuchte. Auf die erkannte Heterogenität sind verschiedene Antworten entwickelt worden, die sich insbesondere als Formen der Differenzierung wiederfinden lassen. Hierzu ist die Grundschule laut Rahmenlehrplan auch verpflichtet:

„Die Grundschule ist verpflichtet, die Schülerinnen und Schüler so zu fordern und zu fördern, dass sie die in den Standards genannten Kompetenzen erreichen können. Dies ist in der Regel nur durch Formen der inneren Differenzierung bzw. Individualisierung zu verwirklichen.“ (RAHMENLEHRPLAN GRUNDSCHULE MATHEMATIK 2004, 10)

In der Art und Weise wie dieser Auftrag verstanden wird, sind zwei wesentlich verschiedene Herangehensweisen, die im Folgenden dargelegt werden, zu unterscheiden.

Differenzierung der Angebote durch die Lehrperson

Die offensichtlichste Form der Differenzierung ist die Einteilung der Klasse in Leistungsgruppen, die getrennt (z.B. zu Förderstunden) in die Schule kommen. Manchmal ist auch die Zuweisung einzelner Kinder zu diesen Maßnahmen zu finden. Diese Form der äußeren Differenzierung arbeitet in den Fördergruppen dann mit vermeintlich niveauangepassten Angeboten. Diese Niveauanpassung kann durch Differenzierung der Qualität oder Quantität erfolgen. Bei der qualitativen Anpassung werden „leichte“ Aufgaben am Anfang und „schwere“ Aufgaben zu einem späteren Zeitpunkt oder als Zusatz- oder *-Aufgaben angeboten. Wird die Quantität in den Mittelpunkt gestellt, werden mehr Aufgaben des gleichen Typs für „schnelle“ Schülerinnen und Schüler bereitgehalten. Wesentlich für die äußere Differenzierung sind die getrennten Gruppen, z.B. gesonderte Förderstunden für Kinder unterschiedlicher „Schnelligkeit“.

Um diese augenscheinliche Stigmatisierung scheinbar aufzuheben, werden vermehrt Formen der so genannten inneren Differenzierung bevorzugt. Auch hier ist jedoch ein Angebot auf verschiedenen Niveaustufen im obigen Sinne nach Qualität oder Quantität das Hauptmoment der Differenzierung. Hierbei arbeiten alle Kinder im Gruppen- / Klassenverband, aber eben an verschiedenen Aufgaben. Die Zuteilung der verschiedenen Arbeitsaufträge erfolgt meist durch die Lehrperson. Manchmal ist eine Selbstzuordnung zum Schwierigkeitsgrad der Aufgaben möglich (Was man sich zutraut, darf man bearbeiten).

Insgesamt kann bei beiden Formen von einer „Differenzierung von oben" gesprochen werden, die erhebliche Nachteile für den Lernprozess in der Mathematik mit sich bringt.

Die Selektion von Lernenden in Gruppen, ob sichtbar oder unsichtbar, innerhalb des gemeinsamen Unterrichts, ist nicht sinnvoll im Vorfeld gestaltbar, da stets eine genaue Analyse der jeweiligen Sachkenntnisse vorangehen müsste. Die Segmentierung von Inhalten in verschiedene Niveaus ist mathematikdidaktisch hoch problematisch. Oft wird in der Zerstückelung der Inhalt selbst für die Kinder nicht mehr sinnvoll deutlich. Der Aufwand der Anstrengungen, möglichst unterschiedliche Arbeitsaufträge zu erfinden und unterschiedlich aufzubereiten ist mit dem geringen Erfolg dieser Methoden meist kaum zu rechtfertigen.

Das adaptierte Aufgabenangebot ist demzufolge immer ein zum Scheitern verurteilter Versuch der Differenzierung. Weder ist es mit vertretbarem Aufwand möglich, jedem Kind ein individuelles Lernangebot bereit zu stellen, noch ist es möglich, Lernentwicklungen vollständig zu determinieren oder vorherzusagen, sodass eine Einteilung in Leistungsniveaus immer fehl laufen muss.

Denkanstoß

Wo Differenzierung drauf steht,
ist auch Differenzierung drin!?

oder

Differenzierungsmaterialien mal
kritisch unter die Lupe nehmen …

Die zunehmende Verinselung des Lernens –leider auch durch gut gemeinte Individualisierungsversuche– und der Mangel des sozialen Austauschs von Lernergebnissen, der wiederum Lernzuwächse unterstützen helfen würde, wird durch Differenzierung von oben weiter forciert. Alle Angebote, bei denen ein Austausch gar nicht mehr möglich ist, weil jede und jeder etwas Anderes bearbeitet, können nur hoch kritisch gesehen werden.

Natürlich kann es in begrenzten Fällen sinnvoll sein, mit einzelnen Kindern intensive Gespräche zu führen, Erklärungen gemeinsam zu vertiefen etc. Die Allheilkraft von differenzierten Angeboten als ideale Unterrichtsform sollte jedoch wegen der aufgeführten Nachteile hoch kritisch hinterfragt werden.

Differenzierung durch die Kinder
Natürliche Differenzierung

Eine völlig andere Herangehensweise an Differenzierung ist die natürliche Differenzierung. Es erfolgt hier keine Einteilung der Gruppe durch die Lehrperson. Die Differenzierung geschieht durch die Kinder und durch die Art und Weise der Bearbeitungstiefe der Aufgaben.

Alle Kinder arbeiten an dem gleichen Angebot. Dabei differenziert sich das Lösungsverhalten bezüglich der Kreativität („eigene Wege gehen"), der Argumentationsformen, der Darstellungsebenen und des Grades der Formalisierungen, also in allen Prozesskompetenzen, auf natürliche Weise.

Es wird nicht geleugnet, dass die Kompetenzen der Kinder hoch unterschiedlich sind, sondern im Gegenteil, gerade auf die Vielfalt der Denkwege und individuellen Vorgehensweisen gesetzt. Somit ergibt sich eine „Individualisierung von unten".

Die Vorteile dieser Form der Differenzierung stehen den oben genannten Nachteilen der äußeren und inneren Differenzierung konträr gegenüber.

Zum einen wird keine Selektion der Kinder vorgenommen, sondern die Kinder werden als „Sachverständige" für ihr Lernen ernst genommen.

Lernförderlich ist ebenso die inhaltliche Substanz der Angebote, die fast zwingend notwendig ist, um eine Vielfalt an Reaktionen und Bearbeitungsmöglichkeiten zuzulassen. Die Sache wird nicht segmentiert in komplexen Sinnzusammenhängen (die auch als Lernumgebungen bekannt sind) angeboten, die in diesem Sinn erkannt werden können.

Heterogenität als Chance

Es kann wirklich beängstigend sein, wenn man bedenkt, dass in der SAPh Kinder im Alter von 5 bis 8 gemeinsam in einer JüL-Klasse auf angemessene Angebote und Lerngelegenheiten warten. Heterogenität wird als extreme Belastung empfunden, da der Anspruch an einen selbst oder auch von den Kindern oder Eltern formuliert bedeutet, allen Kindern gerecht werden zu wollen. Die Sorge ist jedoch eng verknüpft mit einer spezifischen Sicht auf das Lernen allgemein (Abb. 8).

Heterogenität als Belastung	**Heterogenität als Chance**
Wunsch: Allen Kindern gerecht werden.	Wunsch: Allen Kindern gerecht werden.
Grundhaltung: Verantwortung und Steuerung des Lern-Fortschritts bei bzw. durch Erziehende / Lehrende.	Grundhaltung: Lern-Fortschritte als aktive Auseinandersetzung des Kindes mit der Umwelt.
Konsequenz: Jedem Kind ein eigenes, individuelles Angebot machen müssen.	Konsequenz: Offene Angebote bereitstellen, die allen Kindern etwas bieten.

Abb. 8

Die einzige Möglichkeit, mit der Heterogenität zukunftszugewandt und sinnvoll umzugehen, liegt also darin, die Angebote nicht immer mehr zu adaptieren und zu individualisieren, sondern auf offene Angebote und Lernumgebungen zurückzugreifen, die möglichst viele Kinder ansprechen.

Lernumgebungen

Angemessene Angebote für alle Kinder einer Lerngemeinschaft anzubieten, erfordert Vertrauen in die Kinder und die Einsicht, Lernprozesse nicht wirklich planen zu können. Vielmehr gilt es substanzielle Lerngelegenheiten zu gestalten: „Wir müssen akzeptieren, dass wir nur das Lernfeld abstecken und Kernideen vermitteln können. Und wir müssen daran glauben, dass die Kinder etwas lernen, wenn wir ihnen günstige Rahmenbedingungen schaffen. Über das Was und das Wie im Einzelnen haben wir keine Macht.“ (GALLIN / RUF 2000).

Innerhalb der Lernumgebung gehen Kinder ihre eigenen Schritte, die auch manchmal sehr klein sind. Das bedeutet jedoch nicht, dass die Vorgaben nur kleinste Schritte ermöglichen sollen. Dies würde den Blick auf das Ganze (Worum geht es?) verstellen. Ein Inhalt wird nicht leichter, wenn man Themen stückelt.

Gemeinsam Formen und Größen erforschen

In den Inhaltsbereichen der Geometrie und des Sachrechnens wird dies zumeist schon jetzt praktiziert. Es kann also auch Erfahrungen zurückgegriffen werden, die z.B. das Thema Symmetrie insgesamt in den Mittelpunkt stellen (Abb. 9).

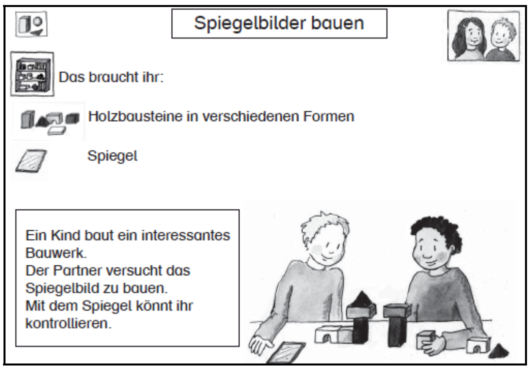


Abb. 9

Die Bearbeitungstiefen innerhalb der Lerngemeinschaft können stark variieren. Symmetrie an Bildern oder Zeichnungen zu erkennen, Symmetrie zu nutzen, z.B. wenn symmetrische Hälften zusammengefügt werden sollen, sind im Herangehen die ersten Schritte. Das Beschreiben der symmetrischen Eigenschaft oder das Aufschreiben der Erkenntnisse sind dabei tiefere Erkenntnisse.

Ähnlich individuell können Kinder z.B. auf Lernumgebungen zum Thema Messen und Länge reagieren (Abb. 10). Einige nutzen ein Lineal schon adäquat, andere erkennen erste Möglichkeiten Objekte in eine Ordnung nach dem Maß Länge zu bringen etc. Durch die gemeinsame Arbeit wird aber auch wechselseitig mit-gelernt oder aber schon die Zone der nächsten Entwicklung mit-gedacht.

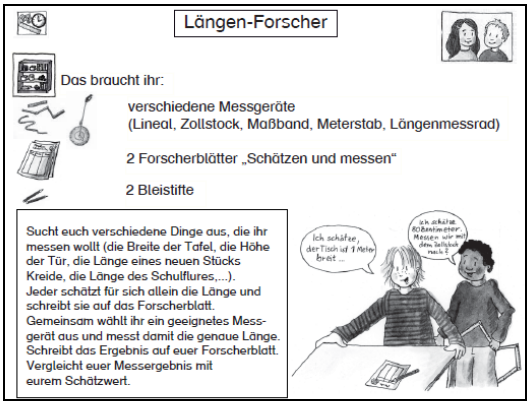


Abb. 10

Die Grundhaltung, dass ein Thema, wenn es einmal „durchgemacht“ wurde, damit abgehakt werden kann und dauerhaft in den Köpfen der Kinder in einer Schublade abgelegt ist, würde keiner mehr annehmen. Demzufolge ist es ganz natürlich, dass die Themen im Sinne des Spiralprinzips in mehreren Begegnungen innerhalb der SAPh und innerhalb der ganzen Schulzeit wiederkehrend auftreten und angeboten werden.

Gemeinsam Rechnen?!

Schwieriger wird die gemeinsame Bearbeitung bei arithmetischen Inhalten, die im Laufe der SAPh auch Kenntnisse und Fertigkeiten beinhalten, die aufeinander aufbauend erkannt werden sollten.

Zu den grundlegenden Fertigkeiten und Kenntnissen zählt üblicher Weise im 1. Schuljahr die Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20 und das 1+1. Im 2. Schuljahr wird der Zahlenraum bis 100 erweitert und zudem werden Multiplikation und Division als Fertigkeiten erlernt, sowie das 1x1.

Aufgaben zum 1+1 sind demnach für die jüngeren Kinder große Herausforderungen. Für die älteren Kinder hingegen sollten diese Aufgaben schon als Fakten-Kenntnisse abrufbar sein. Es spricht also im Grundsatz nichts dagegen, wenn alle bei solchen Aufgaben gemeinsam arbeiten, zuhören, miteinander diskutieren. Die Leistungsansprüche an die Reaktionen auf eine derartige Lernumgebung sind jedoch zu variieren. Diese Variation ist nicht zwingend mit dem Alter der Kinder verknüpft, sondern vielmehr mit ihrem persönlichen Leistungsstand (vgl. Modul Dokumentation).

Erstbegegnungen, wiederkehrende Begegnungen und auch überfordernde Begegnungen (Stichwort: Zone der nächsten Entwicklung) von jüngeren Kindern, wenn sie bei den Großen die Auseinandersetzung mit Multiplikationen und Divisionen miterleben dürfen, können gemeinsam erlebt werden.

Vertiefende Überlegungen, analoge Aufgaben z.B. in verschiedenen Zahlräumen anzubieten, finden sich bei NÜHRENBÖRGER / PUST (2006) in Form der Rechen-Duette. Dies entspricht durchaus auch dem Wunsch der Kinder selbst. Dazu ein kurzer Bericht der schulischen Wirklichkeit in manchen JüL-Klassen:

Tabea (2. Schulbesuchsjahr) erlebt einen jahrgangsübergreifenden Mathematikunterricht mit totaler Verinselung, da alle Kinder in so genannten Lernheften ganz individuell ihre Aufgaben stumm abarbeiten und ein Austausch fast nie stattfindet. Gespräche gibt es nur dann, „wenn alle bei einer Aufgabe stoppen“, weil der Arbeitsauftrag unverständlich ist. Die Zusammenarbeit der Kinder beschränkt sich –frei nach dem Motto „Die Großen helfen den Kleinen“– darauf, dass die älteren Kinder die Aufgaben der jüngeren kontrollieren müssen. Die älteren Kinder können sich gegen den Ansturm der Kleinen wehren, indem sie ein Stopp-Schild auf ihrem Platz aufstellen, damit sie ihr Heft weiter durchbekommen und nicht dauernd gestört werden. Tabea fragt sich in einem Interview über ihren Mathematikunterricht, warum „die Zweitklässler nicht mit höheren Zahlen das Gleiche machen wie die Erstklässler…“

Dass dies möglich ist, zeigen die Rechen-Duette (NÜHRENBÖRGER / PUST 2006). Das Rechnen im 20er-Raum und gleichzeitiges Rechnen im 100er-Raum unterstützt dabei die Entdeckung von Analogien. Ein Rückzug in den bevorzugten Rechenraum ist möglich und nicht unbedingt vom Schulbesuchsjahr abhängig. Die mathematischen Beziehungen, die den Aufgaben inhärent sind, sind selbstverständlich in beiden Zahlräumen analog zu finden, zu nutzen, zu beschreiben oder sogar zu erklären. Auch hier kann die Tiefe der Bearbeitung vom Kind aus jeweils variieren.

Besonders gut geeignet für eine gemeinsame Lernumgebung sind produktive Übungsformate (WITTMANN / MÜLLER 1990), wie Rechendreiecke, Zahlenmauern oder auch Zahlenfolgen. Unabhängig vom Zahlenraum bieten Sie vielfältigen Anlass für Entdeckungen. Auch Kinder in höheren Schulbesuchsjahren können durchaus an Zahlenmauern im Zahlenraum bis 20 ganz intensive Erkenntnisse über Zahlbeziehungen machen.

Die Variationsmöglichkeiten der substanziellen Übungsformate werden am Beispiel Zahlenmauern eindrücklich bei KRAUTHAUSEN (1995) beschrieben.

Neben den rechnerischen Fertigkeiten, die zum Lösen der Aufgaben wichtig sind, sind stets mathematische möglich, d.h. inhaltliche und allgemeine Ziele oder Prozessziele werden ganz natürlich miteinander verknüpft (vgl. Modul Unterrichtsqualität).

Auch Eigenproduktionen, die ein Höchstmaß an Individualität darstellen, können entstehen (Abb. 11) und dann zum Anlass werden, gemeinsam über den Aufbau und die zugrundeliegende Idee zu sprechen.

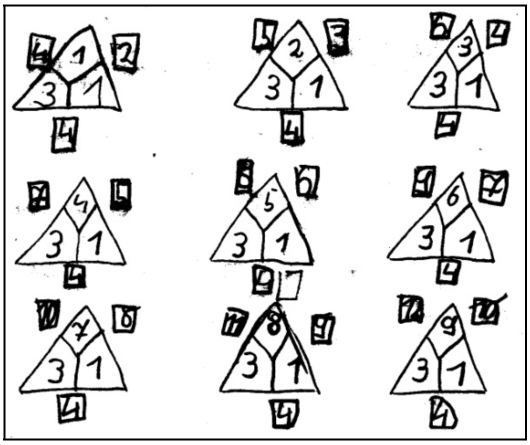


Abb. 11

Individuell und gemeinsam

Mathematische Erkenntnis ist wie jede Erkenntnis auf die individuelle Auseinandersetzung angewiesen, die aber im sozialen Austausch vertieft, bestärkt oder auch relativiert werden muss. Die sozio-operative Orientierung des Mathematikunterrichts verdeutlicht dabei zweierlei. Zum einen die Bedeutung der operativen Auseinandersetzung in aktiv-handelnder oder geistiger Tätigkeit und zum anderen die Bedeutung des sozialen Miteinanders und des Austausches. Der Ideenaustausch im Plenum, Rechen- oder Mathe-Konferenzen in Kleingruppen sollten in der Unterrichtsorganisation stets einen wesentlichen zeitlichen Raum einnehmen dürfen.

Denkanstoß

Die Großen langweilen sich und sagen immer alles vor, wenn ich mit den Schulanfängern arbeite…

Die natürliche Differenzierung als „Individualisierung von unten“ ist in vielen Themengebieten möglich. Als wesentliche Kriterien der Lernangebote oder auch Lernumgebungen in diesem Sinne sind festzuhalten:

- gleiche Lernumgebung für alle
- eigenständige, aktiv-entdeckende Auseinandersetzung
- Zugangsmöglichkeiten auf verschiedenen Niveaus
- keine festgelegten Lösungswege
- Möglichkeit des sozialen Austauschs über Entdeckungen und Lösungen
- Implizite Förderung prozessbezogener Kompetenzen

„Es liegt nicht an den Kindern, den Normen der Schule zu entsprechen, es ist Aufgabe der Schule der Verschiedenheit der Kinder Rechnung zu tragen.“ (Célestin Freinet, 1896-1966)

Lese-Verlockungen

Hengartner, E. et al. (1997) *Mit Kindern lernen.* Zug: Klett und Balmer

Hengartner, E. et al. (2006) *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Zug: Klett und Balmer siehe auch www.mathe-projekt.ch

Gallin, P. und U. Ruf. (2000) *Sprache und Mathematik.* Zürich: Klett und Balmer.

Nührenbörger, M. und S. Pust (2006) *Mit Unterschieden rechnen. Lernumgebungen und Materialien im differenzierten Anfangsunterricht Mathematik*. Seelze: Kallmeyer

Krauthausen, G. (1995) „Zahlenmauern im zweiten Schuljahr - ein substantielles Übungsformat“ *Grundschulunterricht* 10, 42: 5-9

Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik (2004) Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg, Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin, Senator für Bildung und Wissenschaft Bremen, Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern (Hrsg.) http://www.berlin.de/sen/bildung/schulorganisation/lehrplaene/

Steinweg, A. S. (2002) „Ich freu' mich so, dass ich 1.-Schuljahr-Aufgaben rechnen darf - Entscheidungen treffen über die Attraktivität der schriftlichen Rechenverfahren und die Bedeutung der halbschriftlichen Zugänge" *Grundschulunterricht*, Heft 10: 17 - 20

Wittmann, E. (2001) „Natürliche Differenzierung“ In: Wittmann, E. et al. (Hrsg.) *Das Zahlenbuch, Mathematik im ersten Schuljahr, Lehrerband, Bayern*. Stuttgart, Leipzig: Klett: 12-14

Wittmann, E. und G. Müller (1990) *Handbuch produktiver Rechenübungen.* Stuttgart, Leipzig: Klett

Wollring, B. (2007) Kennzeichnung von Lernumgebungen. http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/sinus/upload/tagung20080424/2008_Wollring_Lernumgebungen.pdf

Modul 5 Unterrichtsreflexion und Unterrichtsqualität

Lerngelegenheiten in Mathematik werden (vornehmlich) in Unterrichtssituationen geschaffen. Die Gestaltung von Unterricht ist demnach von besonderer Bedeutung für die Lernfortschritte der Kinder.

Die alltägliche Arbeit in der SAPh ist vom Bestreben geprägt, möglichst ‚guten' Unterricht anzubieten. Die Qualität des Unterrichts wird in Ausbildungsphasen und auch im Laufe des Berufslebens immer einmal wieder von Außenstehenden beurteilt.

Die tägliche Arbeit geschieht jedoch vielfach allein hinter verschlossenen Türen. Die Reflexion des eigenen Unterrichts kommt neben den vielen anderen Anforderungen an Lehrpersonen dabei oft zu kurz.

Letztlich scheitert eine überlegte Kritik der eigenen Organisation von Lernumgebungen aber auch daran, dass es wenig greifbare Anhaltspunkte gibt, die eine transparente und ‚neutrale' Einschätzung der eigenen Unterrichtsqualität unterstützen würden.

Selbst in Ausbildungssituationen werden unterrichtspraktische Erprobungen –aus Mangel an Alternativen– oft quasi aus einem ‚Bauchgefühl' heraus beurteilt.

Gelingender Unterricht wird im schlimmsten Fall reduziert auf die Abarbeitung der vorab gemachten Unterrichtsplanung, ohne große Störung durch die Kinder, innerhalb des gegebenen Zeitfensters. „Es hat alles so geklappt, wie ich mir das vorgestellt habe.", ist ein nicht selten geäußertes Feedback über den eigenen Unterricht.

Unterricht als systemisches Miteinander von Individuen mit dem Ziel, Lernprozesse anzustoßen, Kenntnisse zu erweitern, Fertigkeiten zu erwerben und Fähigkeiten zu vertiefen, ist in seiner Komplexität niemals abschließend bewertbar. Zudem ist die Beobachtung von Lernsituationen darauf zurückgeworfen, die äußerlich beobachtbaren Faktoren in die Bewertung einzubeziehen. Innere Prozesse des Lernens, der individuellen Denkwege etc. können nur in Einzelgesprächen nachgespürt werden.

Demzufolge verwundert es nicht, dass Qualitätskritiken zumeist auf augenscheinliche Reaktionen der Lerngruppe (Motivation, Mitarbeit etc.) oder der Lehrperson (Organisation des Lernens, Bereitstellung des Material und dessen Eignung, sprachliche Äußerungen etc.) eingehen.

Ein Vorschlag

Die oben gennannten Kriterien haben zumeist mit aktuellen mathematikdidaktischen Erkenntnissen oder mit bildungspolitischen Forderungen, wie sie die Bildungsstandards darlegen, wenig gemein.

Eine Verknüpfung gerade der als sinnvoll erkannten mathematikdidaktischen Entscheidungen mit der Beurteilung von Unterricht, könnte das ‚Bauchgefühl' sinnvoll ersetzen und eine tragfähige Basis für Qualitätsreflexionen des eigenen Unterrichts ermöglichen. Der vorliegende Vorschlag möchte eben diese Brücke zwischen Mathematikdidaktik und beobachtbaren Elementen des Unterrichts in fünf so genannten Dimensionen der Qualität von Lernsituationen in Mathematik schlagen.

Es sei dabei noch einmal betont, dass auch diese Dimensionen immer nur einen Ausschnitt des ‚Systems Unterricht' beurteilen helfen können. Sie bieten eine Möglichkeit an, Unterricht aus den Perspektiven der Dimensionen zu betrachten. Das Ziel ist dabei keine Leistungsbeurteilung der Lehrpersonen, sondern vornehmlich der Anstoß, den eigenen Unterricht durch die Brille der Dimensionen selbst neu zu entdecken und Anregungen für die eigene Arbeit zu bekommen.

Kriterien der Dimensionen

In tiefer Bewusstheit der Schwierigkeiten der Erfassung von Unterrichtsqualität und der Unmöglichkeit, Unterricht in seiner Vielfalt ganz zu erfassen, wurden bei den Dimensionen folgende Kriterien beachtet.

Beobachtbare Dimensionen

Vielfältige Interaktionen und Prozesse, die Lernsituationen bestimmen, sind, wie oben bereits erwähnt, nicht ‚nach außen' sichtbar oder mit Videoaufnahmen erfassbar. Demzufolge wurden Merkmale formuliert, die sich in Videodokumentationen oder Unterrichtsbesuchen sichtbar zeigen.

Beobachtungen ohne Schulung vorab ermöglichen

Im günstigsten Fall werden Lernsituationen in Mathematik von Experten in diesem Fachgebiet beurteilt. Dies ist im Alltag häufig nicht der Fall. Zudem wäre es utopisch, zunächst intensive Schulungen in Mathematikdidaktik (auch wenn dies sicher sinnvoll wäre) einer Unterrichtsbeobachtung voranzustellen. Dies bedingt, dass Darlegungen von Dimensionen in einer Art und Weise gemacht werden müssen, die von Fachsprache und in der Mathematikdidaktik intern gemachten Verabredungen von Begrifflichkeiten in gewisser Weise Abstand nimmt. Das hat nicht zur Folge, dass die wesentlichen Aspekte nicht erfasst werden können, vielmehr sind die Beschreibungen darauf bedacht, allgemeinverständlich zu sein.

Transparenz der Dimensionen

Verabredungen und vorab eine Verständigung über Erwartungen und Aspekte der Leistung beeinflussen Lernprozesse positiv. Die Dimensionen möchten demzufolge den ‚Lernprozess', den Lehrende täglich durchschreiten, da sie stets an der Verbesserung der eigenen Unterrichtsorganisation arbeiten, in diesem Sinne unterstützen. Sie geben eine Richtschnur, in welchen Feldern Ansatzpunkte zu Variationen und Veränderungen der Organisation von Lernsituationen liegen können.

Ergebnisse als Diskussionsbasis

Die Ergebnisse sind nicht als Zertifikat oder schlimmer wie Zeugnisnoten zu verstehen, sondern möchten Gespräche anregen.

Die von anderen oder sich selbst beobachtete Lehrperson bekommt ein persönliches Feedback über die Einschätzung der Lernsituationen nach den dargelegten Dimensionen. Darin liegt die Chance der ganz persönlichen Reflexion des eigenen Handelns.

Sind Kolleginnen und Kollegen als Beobachtende aufgetreten, so kann sich ein fruchtbarer Austausch über Sichtweisen, Einschätzungen und Handlungsalternativen in einem größeren Kreis ergeben.

Dimensionen

Die Zielsetzung der Dimensionen von Unterrichtsqualität trägt den obigen Kriterien sowie den aktuellen Erkenntnissen der Mathematikdidaktik Rechnung (siehe z.B. KRAUTHAUSEN/SCHERER 2007).

Im Weiteren werden sie einzeln vorgestellt. Hierbei wird jeweils eine polare Darstellung genutzt, die eine ideale Ausprägung gegen eine ungünstige abgrenzt.

Aufgabenqualität und Problemstellung

Diese Dimension spiegelt die Anforderungsmerkmale der angebotenen Aufgaben und Problemstellungen unter Berücksichtigung des Kognitionsniveaus und den daraus resultierenden Lernchancen wider. Die angebotenen

Aufgaben im Mathematikunterricht bieten im besten Fall stets Herausforderungen, die das ‚aktuelle Niveau' der einzelnen Kinder in sinnvoller Weise übersteigen und problemlösendes Bearbeiten einfordern. Dabei entsteht jeweils die Gelegenheit, (mathematische) Entdeckungen zu machen und Zusammenhänge zu erklären. Da es wichtig ist, auch Grundwissen und Kenntnisse zu festigen und zu üben, wird ein integrierender Ansatz genutzt, d.h. die Problemstellungen bieten neben Routinen auch Entdeckungen.

Anschauung und mentale Bilder

Im idealen Fall beachten Lernumgebungen den zielgerichteten Einsatz tragfähiger Anschauungsmittel (Darstellungsmittel, Material, Zeichnungen) zur Förderung mentaler Grundvorstellungen (über Zahlen, Rechenoperationen, Geometrische Objekte etc.). Demgegenüber werden in für die Lernprozesse ungünstigen Organisationsformen Anschauungsmittel z.B. in die absolute Beliebigkeit (Materialfülle, fehlende sinnvolle Vorauswahl in Bezug zur Aufgabe) gestellt und es kann eine fehlende Achtsamkeit auf die Vorstellungsentwicklung (Tricks, schnelle Hilfen, Lösungsfixiertheit etc.) beobachtet werden.

Denkfreiheiten und Kommunikation

Besonders günstige Lernchancen ergeben sich dann, wenn die Lehrperson eigenaktive Bearbeitungen von Problemen mit offenen Lösungswegen (Eigenproduktionen, Lernen auf eigenen Wegen), die gemeinsam besprochen und kritisch diskutiert werden (durchgängige, kognitive Aktivierung möglichst aller Schülerinnen und Schüler), organisiert. Im Gegensatz dazu sind vorgegebene Rezepte (Imitation des Lösungsweges der Lehrperson), deren möglichst rasches Abarbeiten allein durch falsch-richtig Bewertungen (Abhaken, Lösungswort finden, Schablonen etc.) gewürdigt wird (die Aktivität der Schülerinnen und Schüler ist reproduzierend), für die Qualität des Mathematikunterrichts abträglich.

Fehlerkultur und Leistungsbewertung

In Lernsituationen werden niemals glatte Abläufe beobachtbar sein, in denen keine Fehler oder Missverständnisse auftreten. Wenn der Unterricht eine hohe Qualität in dieser Dimension aufweist, so wird die Lehrperson Umwege und Missverständnisse aufgreifen sowie individuelle und auch gemeinsame, bewertungsfreie Diskussionen, Argumentationen über Gültigkeit und evtl. Effizienz initiieren (produktives Nutzen der Fehler). In diesem Verständnis von Mathematik erfolgen Rückmeldungen jeweils individuell unter Beachtung des individuellen Leistungszuwachses (entwicklungsbezogene Rückmeldungen). Eine ungünstige Lernsituation in dieser Dimension hingegen ist bei ständiger Bewertung und Selektion (sachlichte Korrektur in Bezug auf einen, von der Lehrperson geplanten Lösungsweg) der Antworten der Schülerinnen und Schüler beobachtbar.

Ziele und Zieltransparenz

In der Theorie steht es außer Frage, dass die Einbettung der Anforderungen und Inhalte im Mathematikunterricht in Sinnzusammenhänge (innermathematisch oder auch außermathematisch) höchst sinnvoll ist. Ebenso zeichnet eine ideale Ausprägung dieser Dimension aus, wenn inhaltliche und allgemeine, mathematische Bildungsziele mit Möglichkeiten zur Reflexion über Vorgehen, Vernetzungen und die Mathematik selbst verfolgt werden. Diese Ziele werden dabei den Kindern jeweils transparent dargelegt. Im ungünstigen

Fall werden dagegen kleinschrittige Anforderungen ohne Sinnzusammenhänge und rein inhaltsbezogene, segmentierte (Teil-)Ziele angestrebt, die durch die Lehrperson schrittweise vorangetrieben werden, ohne dass die Kinder eine Möglichkeit haben, das Ziel der Auseinandersetzung (oder mitunter auch das Thema der Stunde) zu erkennen.

Dimension	Theoretische Verankerung
Aufgabenqualität / Problemstellungen Spiegelt die Anforderungsmerkmale der angebotenen Aufgaben und Problemstellungen unter Berücksichtigung des Kognitionsniveaus und den daraus resultierenden Lernchancen wider.	• Fachdiskussion der „Aufgabenkultur“ in Bezug auf Anforderungsbereiche der Bildungsstandards • Mathematik als qualitatives „Mehr als Rechnen“ • Prozessziel „Problemlösen“ • Fördern durch Fordern / Aktivierung der Zone der nächsten Entwicklung
Anschauung / Mentale Bilder Verdeutlicht den Einsatz und die Motive der Auswahl von didaktischem Material oder Abbildungen sowie die Wertschätzung der Ausbildung mentaler Bilder und Grundvorstellungen in mathematischen Lernsituationen.	• Repräsentation von mathematischem Wissen in tragfähigen Grundvorstellungen und mentalen Objekten • Entwicklung von Bewusstheit • Prozessziel „Darstellen“ • Mathematik als abstrakte Wissenschaft / Umgang mit abstrakten Objekten
Denkfreiheiten / Kommunikation Erfasst die zur Verfügung gestellte individuelle Freiheit und Tiefe der Auseinandersetzung sowie das Ausmaß der geistigen Aktivierung der Schülerinnen und Schüler innerhalb des Mathematikunterrichts. Sie umschließt dabei auch das Ausmaß der ernsthaften Kommunikation über verschiedene Lösungs- und Denkwege in bewusst gestalteten Phasen des Unterrichts.	• Produktive Aufgabenformate • „Eigenproduktionen“ • Öffnung der Lösungswege • Natürliche Differenzierung • Prozessziele „Kommunizieren“ und „Argumentieren“ • Abkehr von ergebnisorientierter Sicht • Mathematik als prozessorientierte Auseinandersetzung
Fehlerkultur / Leistungsbewertung Umfasst den Umgang der Lehrperson mit Verstehensproblemen und Fehlantworten. Sie berücksichtigt dabei auch die Ausprägung und Intention von Rückmeldungen sowie die Abgrenzung zu Bewertungen.	• Fachdiskussion der „Fehlerkultur“ • Relativierung von normativen Bezugsnormen • Entdeckung individueller Bezugsnormen • Orientierung am Vorwissen • Vertrauen auf das Prinzip der fortschreitenden Schematisierung • Prozessziel „Argumentieren“
Ziele / Zieltransparenz Spiegelt die Ausprägung von Vernetzungsgedanken und die Nutzung von Sinnzusammenhängen inner- und außerfachlich wider, die sich in Prozess- und Inhaltszielen darstellen, sowie die in den Lernsituationen genutzte Transparenz dieser Ziele.	• Abkehr von der Methodik der kleinen (hierarchischen) Schritte • Lernen in Sinnzusammenhängen • Sachbezogene Motivation an Grundideen • bei außermathematischen Zusammenhängen: Prozessziel „Modellieren“ • Mathematik als aktiv-entdeckende Wissenschaft der Strukturen und Muster • Abkehr von den „kindgemäßen“ Einkleidungen einer vermeintlichen „Geheimwissenschaft“ • Spiralprinzip der wiederkehrenden Themenbereiche

Abb. 12

Die Dimensionen bilden die aktuellen Ansätze fachdidaktischer Theorien ebenso ab, wie die Forderungen der Bildungsstandard des Mathematikunterrichts in der Grundschule (Abb. 12).

Systematische Beobachtung

Die beschriebenen Dimensionen können auch in der Selbstbeobachtung oder von Kolleginnen und Kollegen ganz natürlich bei Unterrichtsbesuchen genutzt werden, um in der ein oder anderen Dimension zu einem reflektierten und theoriegeleiteten Austausch zu finden.

Denkanstoß

Unterricht auch noch selbst reflektieren?

Meine Kinder haben bisher auch immer alles gelernt, was nötig ist. So falsch liege ich mit meinem Unterricht also nicht …

Die systematische Vorgehensweise der Beobachtung gründet sich auf das CLASS (Classroom Assessment Scoring System) nach PIANTA / LA PARO / HAMRE (2008). Hierbei wird wie folgt vorgegangen:

Es gibt Scores innerhalb der Dimensionen, die jeweils nach einer Beobachtung vergeben werden. Zudem wird die Beobachtung in Zyklen durchgeführt, da jede Einzelsituation noch wenig Erkenntnis über typische Lernsituationen enthält.

Der so genannte *Score* wird für jede Dimension vergeben und repräsentiert das Ausmaß, in dem diese Dimension für die spezifische Lernsituation charakteristisch ist. Dabei steht 1 für ‚am wenigsten charakteristisch' bis 7 für ‚im hohen Maße charakteristisch' (Abb. 13).

1	alle Indikatoren im niedrigen Bereich
2	alle bis auf 1 Indikator im niedrigen Bereich
3	1 oder 2 Indikatoren im mittleren Bereich
4	alle Indikatoren im mittleren Bereich
5	1 Indikator bereits im hohen Bereich
6	alle bis auf 1 Indikator im hohen Bereich
7	alle Indikatoren im hohen Bereich

Abb. 13

Da eine ganz kurze Beobachtung keinerlei Auskunft über Qualität geben kann, ist es hilfreich, mindestens vier so genannte *Zyklen* der Beobachtung in die Diskussion einzubeziehen. Ein Zyklus besteht aus 20 Minuten Beobachtung und 10 Minuten ‚Pause', dann kann der nächste Zyklus folgen.

Es sollte darauf geachtet werden, dass im Allgemeinen nicht Einzelereignisse im Vordergrund des Ratings stehen, sondern eine möglichst charakteristische Gesamteinschätzung der beobachteten 20 min erfolgt.

Ausführliche Erläuterungen mit jeweils beispielhaften Darstellungen von Lernsituationen in Mathematik in niedriger, mittlerer oder hoher Ausprägung der Dimension, liegen als Schulungsmaterial vor (STEINWEG 2010). Bei Interesse kann dies gern bei der Autorin der Handreichung angefordert werden.

Nicht alle Beispiele aus den exemplarischen Erläuterungen müssen für die Vergabe eines bestimmten Ratings einer Dimension vorliegen. Die Beispiele geben nur eine Richtlinie für die Vergabe.

Es müssen auch nicht zwingend alle Indikatoren (Marker) des Ratingbereichs vorliegen. Eine Einordnung in eine der Dimensionen ist mitunter auch über weniger Detailbeobachtungen möglich.

Auch wenn nicht alle Beobachtungen zu einer bestimmten Kategorie gezählt werden können, sollte immer die Gesamtsituation in ihrer Ausprägung betrachtet und gewürdigt werden.

Die Dimensionen sind, so weit möglich, trennscharf formuliert. Es gibt jedoch einige Überschneidungen, die sich aus der natürlichen Lernsituation ergeben, die gleichzeitig verschiedene Dimensionen abbilden kann. Dies ist bei der Beurteilung mit einzubeziehen.

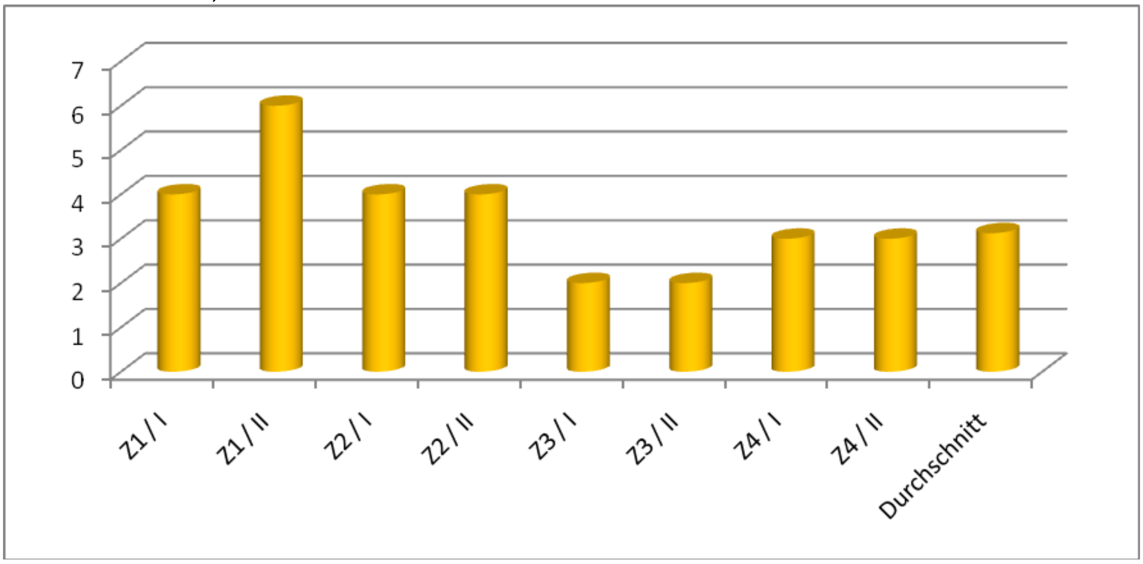


Abb. 14
Auswertung einer Dimension über 4 Zyklen (Z1 bis Z4) durch zwei Beobachterinnen (I und II)

.
Wie in der Abb. 14 sichtbar wird, sind die Einschätzungen der Beobachterinnen im ersten Zyklus sehr unterschiedlich. Hier lohnt sich eine intensive Diskussion der Bewertungen, die für alle Seiten, die beobachtenden Kolleginnen und Kollegen und auch die beobachtete Lehrperson fruchtbar sein kann.

Die numerischen Ergebnisse an sich sollten nicht im Vordergrund stehen. Vielmehr bieten sie Denkanstöße. Wird z.B. in einer Dimension über alle Zyklen ein stets gleichbleibender Wert erzielt, so zeigt sich eine gewisse Konstanz der Qualität in dieser Dimension (mit allen oben genannten Einschränkungen).

Gibt es „Ausreißer“ innerhalb einer Dimension über alle Zyklen hinweg oder aber auch im Durchschnitt in Bezug zur Ausprägung anderer Dimensionen in jedwede Richtung, lohnt sich vielleicht ein intensiver Blick in die Videodokumentation, um den Ursachen auf die Spur zu kommen und Handlungsalternativen zu diskutieren. Dann wird die „Beurteilung“ von Unterricht sinnvoll, wenn sie in der produktiven Auseinandersetzung, die zukunftsgerichtet agiert, mündet.

Die Hoffnung und Intention dieses Vorschlages ist es, Diskussionen über „guten Unterricht“, bereits erreichte Ziele und neu zu formulierende Veränderungen von Unterrichtsgestaltung anzuregen.

Lese-Verlockungen

Klieme, E. und K. Reusser (2003) „Unterrichtsqualität und mathematisches Verständnis im internationalen Vergleich – Ein Forschungsprojekt und erst Schritte zur Realisierung.“ *Unterrichtswissenschaft,* Jg. 31, Heft 3: 194-205

Krauthausen, G. und P. Scherer (2007): *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 3., aktualisierte und stark erweiterte Auflage, Heidelberg: Elsevier

Pianta, R. C., La Paro, K. M. und B. K. Hamre (2008) *Classroom Assessment Scoring System*. Baltimore, London, Sydney: Pual H. Brookes Publishing Co., Inc.

Steinweg, A. S. (2011) „Einschätzung der Qualität von Lehr-Lernsituationen im mathematischen Anfangsunterricht – ein Vorschlag“ *Journal für Mathematik-Didaktik,* Jg. 32, Heft 1

Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D. und O. Köller (2007) *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. Berlin: Cornelsen Verlag

Modul 6 Dokumentation und Diagnostik

Die wesentliche Idee, die hinter jeder Form der Diagnostik steht, ist, Kinder in ihren Stärken und Schwächen wahrzunehmen und bestmöglich fördern zu können (vgl. Modul Differenzierung).

Zwei grundsätzliche Unterschiede in der Blickrichtung der Diagnostik sind dabei zu unterscheiden. Wird auf Lücken im Wissensnetz geachtet und werden Fehler ausgezählt oder auch qualitativ vornehmlich wahrgenommen, so liegt eine Defizitorientierung vor. Diese zeigt sich manchmal daran, dass Kinder bezüglich einer Eichstichprobe in ihrer Normabweichung kategorisiert werden, in diejenigen, die ‚normal' sind und in die Risikokinder oder so genannte ‚Dyskalkulie-Kinder', die von der Norm nach unten abweichen.

In der Kompetenzorientierung hingegen wird insgesamt auf die vorhandenen Kompetenzen geachtet, die sich stets individuell ausprägen. In Sachstands- oder Standortanalysen wird ermittelt, welche Kenntnisse, Fertigkeiten und vielleicht sogar Fähigkeiten die Kinder in einem bestimmten Themenfeld mitbringen, um an diese Vorkenntnisse sinnvoll anzuknüpfen und somit eine Förderung für alle zu ermöglichen.

Die Diagnoseinstrumente selbst sollten vor dem Einsatz ebenso kritisch in Bezug auf folgende Kriterien beurteilt werden:

- Inhalts- / Erfahrungsbereiche
- Auswertungsform
- Förderideen

In den Diagnoseinstrumenten werden vielfach unterschiedliche Schwerpunkte in den angesprochenen Inhalten gesetzt. Eine Diagnose ist nicht per se schon gut, sondern nur dann, wenn sie auch die relevanten Inhalte aufgreift. Auch zu divergente Datenfluten können sich als wenig hilfreich erweisen. Diagnostik sollte nicht möglichst viele Daten sammeln, sondern *relevante Daten*, d.h. Daten zu konkreten Inhalten und nicht zur Wahrnehmung, zur Motorik oder zum IQ (vgl. MOSER OPITZ 2006)

Gerade für die Prävention von Rechenschwächen bzw. die frühe Aufmerksamkeit auf Kinder, die im Bereich der Zahlen bisher zu wenig Erfahrungen gemacht haben, sind nach DORNHEIM (2008) Kompetenzen im Zählen und Abzählen, Anzahlen Erfassen (auch simultan) sowie im Flexiblen Zählen (weiterzählen / rückwärts / in Schritten …) am aussagekräftigsten.

Die Auswertung der Instrumente erfolgt mitunter rein numerisch und in einer falsch-richtig-Kategorisierung. Informativer sind demgegenüber Hinweise, die Einblicke in die Vorgehensweisen der Kinder erlauben.

In einigen Instrumenten werden gezielte Informationen oder Materialien zur weiteren Förderung im jeweiligen Bereich angeboten. Andere Instrumente bieten schlicht eine Selektion der Kinder in ‚normgerecht' oder nicht.

Situationsdiagnostik

Viele der üblichen Formen der Diagnostik sind für einmalige Einsätze einzeln oder in Gruppen konzipiert. Die Ergebnisse bieten somit Schnappschüsse auf den Lernstand der Kinder in dieser spezifischen Situation. Dies ist bei Lernausgangslageerhebungen zum Schuleintritt wie z.B. Lernausgangslage Berlin (LauBe) der Fall, die in den wesentlichen Themenfeldern der SAPh Einblicke in den Stand der Kompetenzen der Lerngruppe zu geben versuchen (LUX et al. 2009). Selbstverständlich können diverse äußere Bedingungen die gezeigten Kompetenzen in dieser einmaligen Situation beeinflussen. Zu solchen Einflüssen gehören die Tageszeit der Überprüfung, die Wetterlage, die familiäre Stimmung dieses Tages, Vorfälle in der Schule vor der Testsituation, die Atmosphäre etc. Die Ergebnisse, ob numerischer oder deskriptiver Natur, müssen demnach stets relativ zu diesen möglichen Störfaktoren betrachtet werden.

Im günstigsten Fall werden die Erkenntnisse der Situationsdiagnostik in eine längere Prozessdiagnostik integriert und dort fortgeführt. Dies ist z.B. bei der LauBe möglich, indem die erkannten Kompetenzen in die Lerndokumentation Mathematik eingetragen werden. Auf diese Diagnostik wird im Folgenden genauer eingegangen.

Prozessdiagnostik – Lerndokumentation Mathematik

Anders als einmalige Testsituationen zielt Prozessdiagnostik in zweierlei Sinn auf Prozesse. Zum einen wird bei der Bearbeitung von Aufgaben auf die Lösungs- und Denkprozesse geachtet, zum anderen wird die Diagnose über einen längeren Zeitraum kontinuierlich fortgesetzt, sodass wie in einem Film ein längerer Entwicklungsprozess in den Blick genommen wird.

Diese Ziele versucht die Lerndokumentation Mathematik (STEINWEG 2006) zu verfolgen. Wichtig ist, die *Grunderfahrungen* zu begleiten, zu beobachten und zu fördern, die die wichtigen *Inhalte konkret* ausmachen. Demzufolge sind eben diese Inhalte systematisch in der Lerndokumentation Mathematik dargelegt. Sie bietet eine ideale Übersicht, die wesentlichen Kompetenzen bewusst im Blick zu behalten (Abb. 15).

Denkanstoß

Heute was so viel los, da konnte ich nicht auch noch beobachten, wie die Kinder das Mathematikthema angenommen haben …

Die Grundidee der Lerndokumentation Mathematik ist, die Prozessbegleitung im besten Fall über die Institutionen hinweg zu ermöglichen. Neben den Grunderfahrungen und Basiskompetenzen, die einen günstigen Schulstart erleichtern, werden auch die Kompetenzen laut Rahmenlehrplan, die bis zum Ende der SAPh erlangt werden sollten, in den Dokumentationsprozess aufgenommen.

Dabei wird nicht primär eine ‚Selektionsidee' verfolgt, vielmehr möchte die Lerndokumentation Mathematik als Unterstützungsstruktur für Erziehende und Lehrkräfte dienen, die helfen kann, wichtige Grunderfahrungen in der Übersicht zu beachten.

Erfahrungsbereich Raum

Du	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
baust Gebäude aus Bauklötzen (frei / nach Vorlage)				
kannst die Anzahl der Einzelteile eines Bauwerks (Würfelgebäude ...) bestimmen				
kannst Formen nach Raumlage (links von dir ... hinter dir ...) finden				
[illegible]				

Abb. 15 Ausschnitt Lerndokumentation Mathematik Grunderfahrungen „Raum"

(Diagnostische) Aufgaben

Etliche Diagnoseinstrumente versprechen Objektivität, Reliabilität und Validität (Testgütekriterien). Diese basieren auf den Vorgaben der quantitativen Analyse von Daten. Der Preis wird zumeist durch Items, d.h. sehr isolierte Aufgabenprofile, die eine und nur eine Teilkompetenz abprüfen dürfen (damit die Unabhängigkeit der Items gewährleistet wird) bezahlt. Die Aufgaben wirken damit oft künstlich.

Es ist wichtig, bei aller ‚Güte' derartiger Verfahren zu bedenken, dass Fehler oder fehlende Kompetenzen in isolierten Aufgaben nicht zwingend in systematischen Fehlvorstellungen begründet liegen.

Das Arbeiten in Zusammenhängen, wie es in Lernumgebungen angestrebt wird, erleichtert beides, das Lernen und das Vermeiden von Fehlern. Den Kindern erschließt sich der Sinn der Handlungen und der erfragten Antworten.

Die gezielte Beobachtung in Lern-Zusammenhängen erscheint auch deshalb als gangbarer Weg, weil er sich in den unterrichtlichen Alltag integrieren lässt.

Dokumentieren im Alltag

In der alltäglichen Unterrichtspraxis scheinen die Zeitressourcen stark begrenzt. Die Aufgabe der Dokumentation kann als zusätzliche Anforderung als belastend empfunden werden. Die Organisation von Lernumgebungen und die aufmerksame Begleitung der Kinder in ihren Lernwegen sind nicht zwei gegensätzliche Aufgaben der Lehrpersonen. Sie sollten vielmehr integrativ verstanden werden.

In Lernumgebungen, die die Kinder aktiv-entdeckend bearbeiten, bleibt immer mal wieder Gelegenheit, mit Kindergruppen oder einzelnen Kindern ins Gespräch zu kommen. Diese Kommunikation sollte im Sinne des angeregten lauten Denkens genutzt werden. Während der Bearbeitung von (diagnostischen) Aufgaben kann dann ein Zuhören, Wahrnehmen, Kennenlernen der individuellen Denkwege auch im Alltag gelingen.

Selbstverständlich können nicht permanent alle Kinder in gleicher Ausführlichkeit beobachtet werden. Bei besonderem Bedarf das Gespräch zu suchen, um den Entwicklungswegen nachzuspüren, sollte auf jeden Fall versucht werden.

Da alle Kinder der Lerngruppe auch in ihren Leistungen beurteilt werden müssen, kann die Lerndokumentation Mathematik aber auch hier als Unterstützungsinstrument genutzt werden. Das bedeutet (da die alltägliche Praxis im Mathematikunterricht schon immer darauf angewiesen war, Möglichkeiten der Beurteilung aller Kinder zu finden), dass die Lerndokumentation mitsamt zusätzlicher Notizen oder gesammelter Eigenproduktionen etc. keine Zusatzaufgabe ist.

Der Vorteil, dass individuelle Entwicklungsverläufe durch die Dokumentation beachtet werden, ist zudem im aktuellen Mathematikunterricht auch ein Qualitätsmoment (vgl. Modul Unterrichtsqualität).

Entwicklungsverläufe

Da die Stärken und Schwächen der Kinder ganz individuell sind, ergeben sich im Wissensnetz auf ganz natürliche Weise auch Lücken. Ebenso kann es im Verlauf zu Stagnationen in der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen kommen. In der kompetenzorientierten Sicht verbietet sich eine Fokussierung auf die fehlenden Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Beobachtete Lücken im Wissensnetz sollten immer als Hinweis auf die Zukunft und nicht als Mangel der Vergangenheit interpretiert werden.

Der Hinweis gilt der Organisation von Lerngelegenheiten, da die Lücken Bereiche aufzeigen, in denen zukünftig (mehr) Aktivitäten angeboten werden sollten.

Kinder haben stets individuelle Vorlieben. Diese können gestärkt werden. Dennoch sind einige Handlungen oder Kompetenzen sinnvoll für die gesamte weitere Entwicklung. So würde ein Kind, das Bewegungen möglichst vermeidet, dazu verlockt werden, die Schaukel doch einmal auszuprobieren oder das Balancieren mit Unterstützung als lustvolle Handlung zu erleben. Da mathematische Kompetenzen zumeist nicht so augenfällig sind wie z.B. motorische, kann eine Prozessdiagnostik und –dokumentation auch ‚Vermeider-Kinder' in der Mathematik sichtbar machen. Auch hier ist es sinnvoll, Verlockungen und gezielte Anregungen anzubieten, die diesen Bereich als einen neuen, bisher nicht selbstständig erkannten Handlungs- und Denkbereich zu entdecken ermöglichen.

Denkanstoß

Ruhige, brave Kinder
… die übersieht man schon mal.

Da denkt man schnell, die haben auch alles verstanden …

Diagnose darf sich nicht nur auf Einzelsituationen beschränken, sondern sollte im Zusammenspiel von Situations- und Unterrichtsbeobachtungen, Produktanalysen und Einzelgesprächen, insbesondere bei der Vermutung besonderer Kompetenzen, gesehen werden.

Standortbestimmungen

Bei aller Kritik an der Analyse von ‚Schnappschüssen' auf Entwicklungsstände und Vorkenntnisse von Kindern, sind in manchen Fällen dennoch gerade diese Einblicke, unter den oben formulierten Vorbehalten, für die Unterstützung der Kinder wichtig.

Ein erprobtes Instrument sind so genannte Standortbestimmungen (SOB), die ein noch nicht unterrichtlich thematisiertes Inhaltsfeld in From von Problemstellungen und Aufgaben an die Kinder anbieten.

Platt formuliert handelt es sich um eine ‚Klassenarbeit', bevor das Thema gemeinsam bearbeitet wurde. In den Formen ist die gleiche Vielfalt wie in den sonst üblichen schriftlichen Leistungsüberprüfungen denkbar. Dabei wäre als offenste Form eine Weißblatt-Erhebung denkbar (PLACKNER 2008).

Die gezeigten Antworten und Antwortversuche werden aber, im Gegensatz zu einer Leistungsfeststellung nach der unterrichtlichen Behandlung, nicht bewertet und schon gar nicht benotet, sondern sie haben dreierlei Funktion.

SOB bieten allen Kindern einen Überblick über die Thematik sowie über die zukünftigen Anforderungen und Aufgabenformate. Insbesondere die so genannten Lernschwachen erhalten somit die Möglichkeit, eine erste, (durch die Lehrperson vor-)strukturierte Sicht auf ein Themengebiet zu erhalten. Leistungsstarken Kindern fällt eine Sicht aus einer Metaebene auch während und nach der Beschäftigung mit einem Thema leichter. Sie finden selbst Beziehungen und Bezüge zu bereits erworbenen Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten und schaffen sich so einen eigenen Überblick, den sie wiederum effektiv nutzen können (z.B. bei Analogien in Zahlenräumen oder auch in Strategien). Schwächere Kinder sind zumeist ohne äußere Unterstützung zu solch einer eigenständigen Überblicksbetrachtung weniger in der Lage. Sie neigen eher dazu, Einzelaspekte isoliert zu sehen und als „neu" und zusätzlich zu erwerben und zu begreifen. Dadurch müssen sie sich viel mehr merken als die stärkeren Kinder (Überlastung des so genannten Arbeitsgedächtnisses), die sich auf Transfer und vernetze Bezüge verlassen können - dies ist oft auch ein Grund, warum Kinder als „schwach" oder „stark" wahrgenommen werden.

Kinder haben beim Einsatz von SOB zudem die Chance, eigene Äußerungen (vielleicht erstmalig) in einem offenen Raum zu machen, der nicht durch Bewertungen belastet ist. Meine Erfahrungen in der Schule haben mich überzeugt, dass die Kinder eine Überblicksdarstellung, die die SOB für sie darstellt, hoch positiv aufnehmen und sich gelassener und „wissender" den zukünftigen Herausforderungen stellen und von Anfang an Vernetzungen und Bezüge unterrichtlich thematisiert werden können (auch von den Kindern selbst).

Die Erstellung einer SOB erfordert die differenzierte Auseinandersetzung mit dem Themengebiet und eine Strukturierung der Anforderungen und Aufgaben. Die (gewichtete) Auswahl der dargebotenen Problemstellungen in einer SOB – also auch das Weglassen von Aufgaben oder das Betonen von Aufgaben – spiegelt die Einschätzung des Themengebietes wider. Sie trägt somit zu einer überlegten Unterrichtsplanung bei. Dieser (so erworbene) Überblick ermöglicht ebenso souveräneres Umgehen mit Aufgabenvorschlägen aus der Literatur (Schulbuch, Kopiervorlagen etc.) sowie mit den Lösungs- und Arbeitsstrategien der Kinder.

Entscheidet sich die Lehrperson für die Gestaltung und den Einsatz einer SOB, so muss sie sich von der Vorstellung trennen, dass sie das Wissen „besitzt" und den Kindern dieses Wissen (portioniert) „weitergibt". Poetisch formuliert schüttet sie ihr ganzes Herz bereits am Anfang einer Thematik aus. Sie kann dann nicht mehr Unterricht inszenieren, der in der Dramaturgie eines Krimis Verpackungen und Verschleierungen anbietet und in dem den Kindern der „Stoff" erst am Schluss einer Stunde oder Lernphase durch die „allwissende" Lehrperson offenbart wird. Das kann auch als Machtverlust empfunden werden – und stößt deshalb auch auf Widerstände.

Letztlich befreit sich die Lehrperson jedoch aus der mathematik-didaktisch problematischen Sichtweise auf Inhaltsgebiete und kann ihre Ressourcen für die Lernbegleitung statt für die Inszenierung von „Drumherum"-Geschichten nutzen. Das Arbeiten von Kindern und Lehrperson wird stärker auf das Thema und seine Inhalte sowie allgemeinen Prozesse fokussiert. Dies führt letztlich zu einer strukturellen Verbesserung der Unterrichtsgestaltung.

Die neugierige Wahrnehmung von Kinderlösungen, die von Bewertung und Benotung losgelöst ist, bietet zudem eine wertvolle Veränderung.

Der Einsatz von SOB kann jede Einführung in ein neues Themengebiet begleiten (vgl. SELTER / SUNDERMANN 2006) und die verschiedenen Kompetenzen der Kinder im obigen Sinne nutzen.

Bemerkungen

„Diagnostik ist ein Mittel zur Optimierung pädagogischer Angebote. Das führt zwingend dazu, dass der normierte Vergleich in den Hintergrund rückt." (Moser Opitz 2006)

Die verschiedenen Kompetenzen und Fähigkeiten bewusst(er) wahrzunehmen und im alltäglichen Umgang und in der Interaktion mit den Kindern selbstständig im Auge behalten zu können, kann durch Leitfäden wir die Lerndokumentation unterstützt werden. Im Grunde gilt es, zunehmend auf die Leitfäden nicht mehr angewiesen zu sein, sondern die wesentlichen Punkte in den Entwicklungsschritten der Kinder bewusst aufzugreifen. Gute Diagnostik überlebt sich damit selbst und kann positiv wirken auf:

- *Kinder:* wahr- und ernst nehmen der individuellen mathematischen Kompetenzen
- *Eltern:* Gesprächsgrundlage / individuelle, professionelle Rückmeldungen
- *Erziehende/Lehrende:* Übersicht der wichtigen Kompetenzbereiche, Hilfe für die Beobachtung, Hinweis auf wichtige Anregungsbereiche, Gesprächsgrundlage im Kollegium und zwischen Kita und Schule

Lese-Verlockungen

Dornheim, D. (2008) *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos

Gasteiger, H. (2007) *Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von Kindertagesstätten und Grundschule und zukünftige Perspektiven.* Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin www.transkigs.de

Lux, M., Sommerlatte, A. und A. S. Steinweg (2009) *LauBe: Lernausgangslage Berlin Schulanfangsphase: Erläuterungen, Anleitungen, Auswertungshinweise.* Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin

Moser-Opitz, E. (2006) „Förderdiagnostik: Entstehung - Ziele - Leitlinien - Beispiele." In: Grüßing, M. und A. Peter-Koop (Hrsg.) *Die Entwicklung des mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. Beobachten - Fördern - Dokumentieren*. Offenburg: Mildenberger: 10-28

Plackner, E. (2008) „Vorwissen zu geometrischen Begriffen aufspüren - eine explorative Studie in der Grundschule" In: Vásárhelyi, E. (Hrsg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Münster: WTM-Verlag: 641 – 644

Selter, Ch. und B. Sundermann (2006) *Beurteilen und fördern im Mathematikunterricht.* Berlin: CVK

Steinweg, A. S. (2006) *Lerndokumentation Mathematik*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin www.transkigs.de